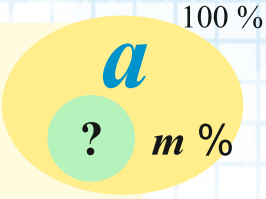
В. Д. Герасимов, О. Н. Пирютко

МАТЕМАТИКА

Типы задач на проценты

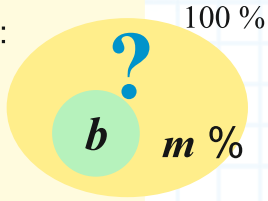
1. Нахождение процента (m) от числа (a):

$$b = \frac{a}{100} \cdot m\ \%\ .$$



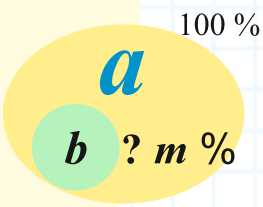
2. Нахождение числа (a) по его проценту (m %):

$$a = \frac{b}{m\ \%} \cdot 100\ \%\ .$$

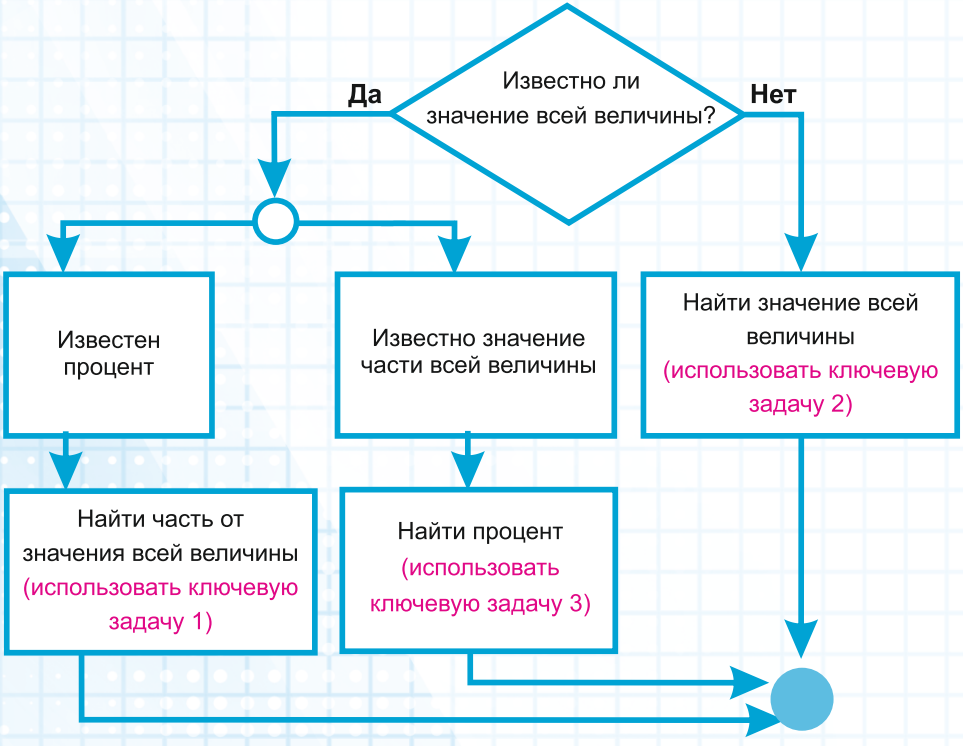


3. Нахождение процентного отношения чисел (какой процент одно число (b) составляет от другого (a)):

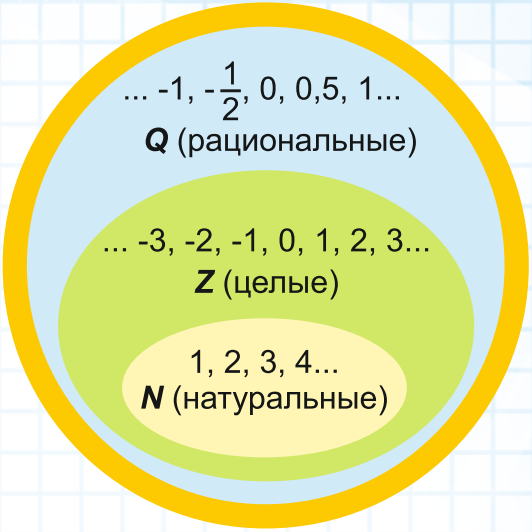
$$m\ \% = \frac{b}{a} \cdot 100\ \%\ .$$



Алгоритм определения типа задачи на проценты

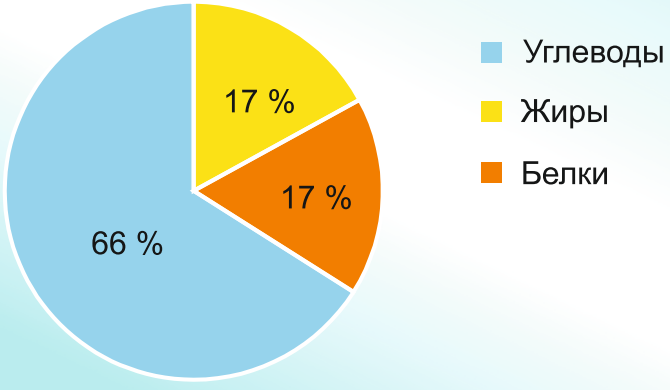

Известно ли значение всей величины?
Да
Нет
Известен процент
Известно значение части всей величины
Найти значение всей величины (использовать ключевую задачу 2)
Найти часть от значения всей величины (использовать ключевую задачу 1)
Найти процент (использовать ключевую задачу 3)

Множества чисел



Круговая диаграмма

Суточная норма белков, жиров и углеводов в рационе подростка (12–13 лет)



Пропорции

$\frac{a}{b}$ — отношение

$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$

$\frac{6}{a} = \frac{5}{3}$

$6 \cdot 3 = 5 \cdot a$

Пропорции

Основное свойство

$a \cdot n = b \cdot m$

Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов пропорции

Крайние члены пропорции

$a : b = m : n$

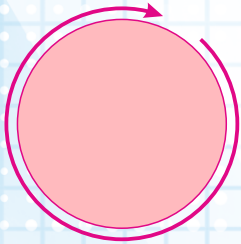
Средние члены пропорции

$6 : a = 5 : 3$

$6 \cdot 3 = 5 \cdot a$

Длина окружности

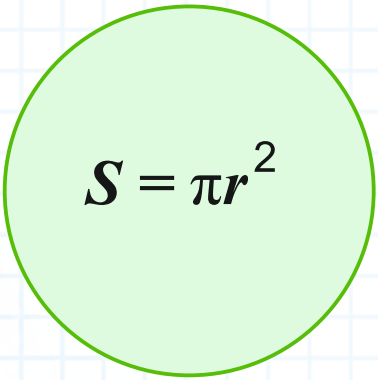
$\pi = 3{,}14159265...$



$C = \pi d$

$C = 2\pi r$

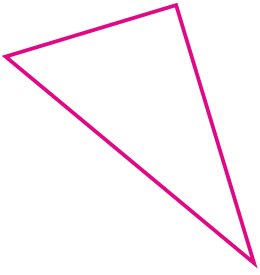
Площадь круга



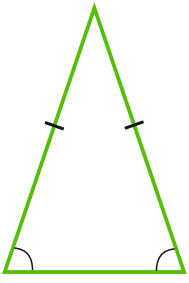
Треугольники и их виды

Виды треугольников в зависимости от числа равных сторон

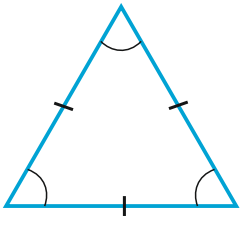
Треугольник, у которого **все стороны имеют разные длины,** называется **разносторонним**



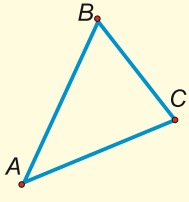
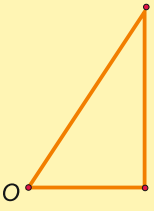
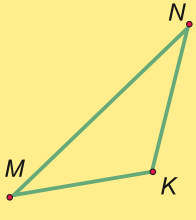
Треугольник, у которого имеются **только две равные стороны,** называется **равнобедренным**



Треугольник, у которого **все стороны равны,** называется **равносторонним**



Виды треугольников в зависимости от величины наибольшего угла треугольника

Наибольший угол треугольника	Острый угол, меньше 90°	Прямой угол, равен 90°	Тупой угол, больше 90°, но меньше 180°
Название **вида** треугольника	Остроугольный 	Прямоугольный 	Тупоугольный 

В. Д. Герасимов, О. Н. Пирютко

Математика

Учебное пособие
для 6 класса учреждений
общего среднего образования
с русским языком обучения

Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь

2-е издание, исправленное и дополненное

Минск
«Адукацыя і выхаванне»
2022

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

УДК 51(075.3=161.1)
ББК 22.1я721
Г37

Р е ц е н з е н т: методическое объединение учителей математики Центрального района г. Минска (учитель математики высшей квалификационной категории государственного учреждения образования «Гимназия № 16 г. Минска» *И. М. Бука*)

ISBN 978-985-599-389-7

© Герасимов В. Д., Пирютко О. Н., 2018
© Герасимов В. Д., Пирютко О. Н., 2022, с изменениями
© Оформление. РУП «Издательство “Адукацыя і выхаванне”», 2022

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

ВВЕДЕНИЕ

Дорогие шестиклассники!

В этом учебном году вы продолжите изучение математики. В учебном пособии используются условные обозначения:

— означает, что информацию нужно знать точно, понимая смысл каждого слова в предложении;

— правила, алгоритмы, указания, необходимые для правильного выполнения заданий; ими нужно пользоваться постоянно, пока не научитесь выполнять задания по новой теме;

— задания, которые выполняются в классе;

— домашнее задание;

— задания для повторения;

— задания для исследования; их можно выполнять одному или в группе друзей;

* — задания для выполнения учащимися по выбору.

Задания, которые выделены слабым фоном , предназначены для тренировки, для достижения автоматизма в применении новых правил; более яркий фон — для задач, требующих самостоятельного выбора нескольких

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

последовательных действий; самый яркий фон — для сложных заданий, решение которых требует усвоения всего предыдущего как по теории (правила, алгоритмы), так и по практике (упражнения для тренировки, задачи).

Если в задании требуется заполнить таблицу, то её следует перенести в тетрадь, а затем выполнить задание.

Прежде чем приступать к выполнению домашнего задания, проверьте себя, правильно ли вы поняли новый материал и точно ли знаете правила его применения. В этом вам поможет раздел **«Проверь себя!»**, обозначенный значком .

В конце глав есть:

— **тест для самопроверки**. Выполните его и определите, насколько вы готовы продвигаться дальше;

— **интересные задачи** для развития математических способностей и умений применять полученные знания на практике.

Дополнительные задания для тренировки и повторения помещены на сайте Национального института образования Министерства образования Республики Беларусь: www.adu.by.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

1 ГЛАВА ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

§ 1. Десятичная запись дробей. Разряды десятичных дробей

При решении многих задач на измерение величин приходится выражать одни единицы измерения через другие.

Рассмотрим задачу: ширина упаковочной ленты равна 3 см, а длина — 7 м. Какова её площадь? Так как развёрнутая лента имеет форму прямоугольника, то её площадь равна произведению длины и ширины. Ширину 3 см выразим в метрах, получим: $3\text{ см} = \frac{3}{100}$ м. Площадь прямоугольника равна: $\frac{3}{100} \cdot 7 = \frac{21}{100}$ ($м^2$). Как видно, при переходе от одних единиц измерения величин к другим получается значение, равное дроби, в числителе которой некоторое число, а в знаменателе число, записанное единицей и следующими за ней нулями. Например, $2\text{ м }3\text{ дм} = 2\frac{3}{10}$ м, $5\text{ га }437\text{ м}^2 = 5\frac{437}{10\,000}$ га.

Для таких чисел применяется десятичная запись, а дроби, у которых знаменатель равен 10, 100, 1000 и т. д., называются **десятичными дробями**. Как правило, под десятичной дробью понимают десятичную запись обыкновенной дроби.

Чтобы записать смешанное число в виде десятичной дроби, нужно:

1. Записать целую часть и после неё поставить запятую.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. После запятой записать числитель дробной части столькими цифрами, сколько нулей в знаменателе. Например, $2\frac{3}{10} = 2{,}3$.

Что значит, «столькими цифрами, сколько нулей в знаменателе»?

Рассмотрим число $5\frac{7}{100}$. В числителе дробной части только одна цифра — 7, а в знаменателе — два нуля, значит, после запятой должно быть записано две цифры. Запишем числитель дроби двумя цифрами: $5\frac{7}{100} = 5\frac{07}{100} = 5{,}07$.

Как и натуральные числа, так и десятичные дроби имеют разряды: после запятой первый разряд — десятых, затем — сотых, затем — тысячных и т. д. Единица каждого следующего разряда в 10 раз меньше единицы предыдущего.

Смешанное число		Десятичная дробь							
		Целая часть			,	Дробная часть			
	...	сотни	десятки	единицы		десятые	сотые	тысячные	...
$3\frac{257}{1000}$				3	,	2	5	7	
$2156\frac{123}{10\,000}$	2	1	5	6	,	0	1	2	3

Например, в числе 3,257 в дробной части в разряде десятых — цифра 2, в разряде сотых — цифра 5, в разряде тысячных — цифра 7, а в дробной

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

части числа $2156\frac{123}{10\,000} = 2156{,}0123$ в разряде десятых — цифра 0, в разряде сотых — цифра 1, в разряде тысячных — цифра 2, в разряде десятитысячных — цифра 3. Цифры после запятой называют ещё десятичными знаками.

Чтобы прочитать десятичную дробь, нужно:

1. Прочитать целую часть, как читают натуральные числа.

2. Назвать разряды десятичной дроби от разряда десятых до последнего записанного разряда.

3. Прочитать дробную часть как натуральное число и назвать последний разряд.

Например, прочитать десятичную дробь 124 059, 240 548:

1) сто двадцать четыре тысячи пятьдесят девять целых;

2) десятые (2), сотые (4), тысячные (0), десятитысячные (5), стотысячные (4), миллионные (8);

3) двести сорок тысяч пятьсот сорок восемь миллионных.

Если целая часть смешанного числа равна нулю, то записывают нуль, затем — запятую, затем — дробную часть.

Например, $\frac{37}{100} = 0{,}37$. Читают: нуль целых тридцать семь сотых.

1. Верно ли, что:

а) $\frac{9}{10} = 0{,}9$; $\frac{21}{100} = 0{,}021$; $3\frac{3}{10} = 0{,}33$;

б) $\frac{7}{100} = 0{,}7$; $5\frac{1}{10} = 1{,}5$; $\frac{39}{1000} = 0{,}039$?

2. Запишите числа десятичной дробью, используя алгоритм:

$\frac{3}{10}$; $1\frac{13}{100}$; $\frac{9}{100}$; $7\frac{27}{1000}$; $19\frac{638}{1000}$; $\frac{3}{1000}$; $\frac{17}{10\,000}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

3. Прочитайте десятичные дроби, используя алгоритм, и назовите все разряды слева направо:
а) 0,9; 8,4; 6,12; 0,03; 12,07;
б) 5,555; 976,001; 84,023; 1000,0001.

4. Прочитайте десятичные дроби и назовите все разряды десятичной дроби:
а) 17,246; 0,7531; 265,123456;
б) 0,053; 9,00738; 66,0006789.

5. Назовите разряд десятичной дроби, в котором находится цифра 6:
а) 0,136; 1,368; 0,615; 4,03106;
б) 2,167; 2,679; 2,0316; 31,500406.

6. Запишите десятичные дроби, в которых: 7 целых 6 сотых; 0 целых 3 десятых; 3 целых 17 тысячных; 0 целых 25 сотых; 2 целых 105 десятитысячных; 9 целых 9 тысячных; 0 целых 13 сотых; 1 целая 2 сотых; 16 целых 61 тысячная.

7. Запишите десятичные дроби в виде обыкновенных: 0,4; 2,25; 0,03; 1,034; 0,007; 9,0043; 113,012; 37,1; 4,0109; 0,31415.

8. Запишите десятичные дроби в виде обыкновенных и, если можно, выполните сокращение:
а) 1,8; 3,44; 0,25; 12,016; 0,135;
б) 0,75; 5,5; 4,248; 0,12; 6,125.

9. Выделите из неправильной дроби целую часть и запишите полученное число в виде десятичной дроби: $\frac{53}{10}$; $\frac{423}{10}$; $\frac{7582}{10}$; $\frac{217}{100}$; $\frac{904}{100}$; $\frac{6007}{100}$; $\frac{3125}{1000}$; $\frac{3025}{1000}$; $\frac{3009}{1000}$.

10. Выразите в метрах и результат запишите десятичной дробью:
а) 23 см; 4 м 8 см; 19 дм;
б) 9 см; 24 м 24 см; 33 дм.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

11. Выразите в дециметрах и результат запишите десятичной дробью:
а) 8 см; 5 дм 7 см; б) 4 см; 7 дм 1 см.

12. Выразите в килограммах и результат запишите десятичной дробью:
а) 9 г; 2 кг 657 г; б) 82 г; 6 кг 235 г.

13. Выразите в центнерах и результат запишите десятичной дробью:
а) 12 ц 5 кг; 44 кг; в) 28 кг; 30 ц 3 кг;
б) 7 кг; 6 ц 16 кг; г) 1 т 3 кг.

14. Выразите в квадратных дециметрах и запишите десятичной дробью:
а) 8 дм^2 25 см^2; 6 см^2; б) 58 см^2; 7 дм^2 7 см^2.

15. Приведите обыкновенные дроби к знаменателю 100 и запишите их десятичными дробями:
$\frac{9}{10}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{23}{25}$; $\frac{7}{50}$.

16. Прочитайте натуральные числа:
а) 2000; г) 800 008;
б) 14 941; д) 1 000 000;
в) 63 017; е) 12 345 678.

17. Запишите в виде обыкновенной дроби:
а) три двадцать седьмых;
б) пятьдесят три тысячных;
в) сто двадцать семь миллионных.

18. Используя соотношения между единицами измерения, выразите:
а) в метрах: 7 км, 12 дм, 4000 см, 25 км 60 м;
б) в сантиметрах: 14 дм, 3 м, 20 км, 9000 мм;
в) в килограммах: 3 т, 16 ц, 40 000 г, 20 т 2 ц;
г) в кубических метрах: 5 км^3; 90 000 дм^3.

19. Представьте число единиц измерения в виде суммы и выразите:
а) в километрах и метрах: 8002 м, 17 600 м;
б) в метрах и сантиметрах: 975 см, 508 см.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Используйте основные алгоритмы решения задач на дроби и решите задачи.

20. Из 20 легковых и грузовых машин, приобретённых компанией, $\frac{2}{5}$ всех машин составляют легковые. Сколько грузовых машин приобрела компания?

21. В спортивной секции занимаются 20 шестиклассников. Среди них — 12 девочек. Какую часть всех участников секции составляют девочки?

22. В хоккейном матче первая команда забросила 6 шайб, что составляет $\frac{2}{3}$ всех заброшенных шайб. Сколько шайб в матче заброшено второй командой?

23. После того как было продано $\frac{3}{5}$ имеющихся в магазине компьютеров, осталось 30 компьютеров. Сколько компьютеров было в магазине?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Чтобы записать смешанное число в виде десятичной дроби, нужно:

а) записать целую часть и ... ... поставить запятую;

б) после запятой записать числитель дробной части столькими цифрами, сколько ... в знаменателе.

2. Чтобы прочитать десятичную дробь, нужно:

а) прочитать ... ..., как читают натуральные числа;

б) назвать разряды десятичной дроби от разряда ... до последнего записанного разряда;

в) прочитать дробную часть как ... ... и назвать последний разряд.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

24. Запишите в виде десятичной дроби:

а) $\frac{8}{10}$; $4\frac{5}{100}$; $1\frac{204}{1000}$; $\frac{9}{1000}$; $11\frac{11}{100}$; $\frac{7}{10\,000}$;

б) $6\frac{1}{10}$; $\frac{61}{100}$; $\frac{61}{10\,000}$; $6\frac{1}{1000}$; $\frac{61}{1000}$; $6\frac{1}{100}$.

25. Назовите разряд десятичной дроби, в котором находится цифра 3: 2,309; 0,473; 12,40603; 0,2346.

26. Запишите десятичные дроби в виде обыкновенных и, если можно, выполните сокращение: 0,6; 2,8; 10,5; 5,24; 25,25; 0,125; 17,015; 0,0075.

27. Выделите из неправильной дроби целую часть и запишите полученное число в виде десятичной дроби:

$\frac{47}{10}$; $\frac{351}{10}$; $\frac{1234}{10}$; $\frac{712}{100}$; $\frac{9017}{100}$; $\frac{2135}{1000}$; $\frac{6065}{1000}$.

28. Выразите в указанных единицах и запишите десятичной дробью:

а) в метрах: 3 см; 47 см; 9 дм; 8 м 2 см; 165 см; 15 м 15 см;

б) в дециметрах: 9 см; 24 см; 10 дм 1 см; 345 см; 2008 см;

в) в километрах: 245 м; 52 м; 7 м; 1 км 63 м; 40 км 240 м; 3008 м;

г) в килограммах: 85 г; 805 г; 7 г; 6 кг 27 г; 3 кг 2 г; 1015 г.

Симон Стевин в 1585 году предложил следующую запись дробей: 0,3 = 3(1); 0,07 = 7(2); 0,009 = 9(3). В целом, 3(1)7(2)9(3) = 0,379.

Задание: а) найдите информацию о Симоне Стевине; б) запишите в виде десятичной дроби: 1(1)2(2)3(3)4(4). Поделитесь этим приёмом записи дробей с друзьями.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 2. Сравнение десятичных дробей. Округление десятичных дробей

Задача 1. **Рост Саши 1,67 м, Пети — 1,7 м, Коли — 1,677 м. Кто из них выше?**

Чтобы ответить на поставленный вопрос, нужно сравнить десятичные дроби. Мы знаем, что для сравнения обыкновенных дробей нужно привести их к общему знаменателю. Десятичные дроби имеют одинаковый знаменатель, если после запятой у них одинаковое количество цифр. Такие дроби можно сравнить сразу. Например, $2{,}345 > 2{,}342$, так как триста сорок пять тысячных больше трёхсот сорока двух тысячных. Если количество цифр после запятой разное, то для уравнивания количества цифр после запятой нужно привести дроби к общему знаменателю. Для этого достаточно приписать справа к десятичной записи дроби нули. Действительно, почему $0{,}3 = 0{,}30$? Запишем дроби $0{,}3$ и $0{,}30$ в виде обыкновенных дробей: $0{,}3 = \frac{3}{10}$, $0{,}30 = \frac{30}{100}$, но $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$, значит, $0{,}3 = 0{,}30$. Получаем правило:

Если в конце записи десятичной дроби приписать или отбросить один или несколько нулей, то получится равная ей дробь.

Сравним десятичные дроби $1{,}67$; $1{,}7$; $1{,}677$. Уравняем количество десятичных знаков, приписывая справа нули. Получим: $1{,}67 = 1{,}670$; $1{,}7 = 1{,}700$. Сравним дроби: $1{,}700 > 1{,}677 > 1{,}670$.

Ответ к задаче: Петя выше Коли, а Коля выше Саши.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Правило сравнения десятичных дробей.

1. Из двух дробей с разными целыми частями больше та, у которой целая часть больше.

2. Если целые части дробей равны, то нужно уравнять число десятичных знаков в дробных частях, приписывая в конце десятичной записи нули, и сравнить дробные части. Большей будет та дробь, у которой дробная часть больше.

Пример. Сравнить 3,5679 и 3,6.

Решение: $3{,}6 > 3{,}5679$, так как $3{,}6000 > 3{,}5679$.

Задача 2. Таня подсчитала, что платежи за разговоры внутри сети составили у неё 8,647 р. Какую сумму ей следует оплатить?

Так как самая мелкая монета составляет 1 к. = $= \frac{1}{100}$ р., то нужно округлить дробь 8,647 до сотых. Правила округления десятичной дроби до какого-либо разряда остаются такими же, как и для натуральных чисел. Для решения задачи выполним округление: $8{,}6\underline{4}7 \approx 8{,}650 = 8{,}65$. Нуль в конце записи десятичной дроби отбрасывается по свойству десятичных дробей.

При округлении десятичной дроби могут встретиться различные случаи, они представлены в таблице.

1. При округлении десятичной дроби до разряда единиц, десятых, сотых и т. д. отбрасывают все цифры, следующие за этим разрядом	$23{,}5\underline{4}608 \approx 23{,}55$ — округлили до сотых; $0{,}32\underline{1}4853 \approx 0{,}321$ — округлили до тысячных; $369\underline{5}{,}87523 \approx 3696$ — округлили до единиц; $70313{,}045\underline{3}11 \approx 70313{,}0453$ — округлили до десятитысячных

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Если при округлении десятичной дроби цифра разряда, до которого округляли, окажется нулём, то его не отбрасывают, так как он показывает, до какого разряда округляли	$4{,}5\underline{0}3 \approx 4{,}50$ — округлили до сотых; $0{,}32\underline{9}853 \approx 0{,}330$ — округлили до тысячных; $703{,}045\underline{9}8 \approx 703{,}0460$ — округлили до десятитысячных
3. Если десятичная дробь округляется до разряда выше разряда единиц (десятков, сотен, тысяч и т. д.), то дробная часть отбрасывается, а целая часть округляется по правилам округления натуральных чисел и нули в конце записи целой части не отбрасываются	$2\underline{4}23{,}54608 \approx 2400$ — округлили до сотен; $14\underline{8}5{,}321 \approx 1490$ — округлили до десятков; $\underline{3}695{,}80923 \approx 4000$ — округлили до тысяч; $1\underline{7}0313{,}045311 \approx 170000$ — округлили до десятков тысяч

29. Установите, верны ли равенства:
$3{,}7 = 3{,}70$; $8 = 8{,}0$; $1{,}04 = 1{,}40$.

30. Запишите десятичные дроби, равные данным и имеющие пять знаков после запятой, используя правило приписывания нулей:
а) 0,2; 0,27; 5,044; 1,3007; 3;
б) 4,5; 2,07; 0,123; 9,0203; 12.

31. Запишите десятичные дроби, равные данным, используя правило отбрасывания нулей:
а) 0,40; 7,530; 2,0800; 6,06060; 4,00; 120,0;
б) 23,100; 0,050; 0,33000; 0,10100; 9,000.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

32. Уравняйте число знаков после запятой в десятичных дробях, используя правило приписывания нулей к записи дроби:
а) 1,7; 14,82; 0,325; в) 5,39; 13; 0,0005;
б) 0,2; 0,02; 0,002; г) 2,33; 12; 1,0032.

33. Среди дробей 0,401; 0,041; 0,410; 0,0041; 0,4100; 0,4010; 0,0401 найдите дроби, равные:
а) дроби 0,41; б) дроби 0,40100.

34. Верно ли, что:
а) $7{,}092 > 5{,}1$; в) $3{,}02 < 3{,}2$;
б) $0{,}69 < 0{,}689$; г) $10{,}001 > 9{,}999$?

35. Сравните числа, используя правило сравнения десятичных дробей:
а) 0,5 и 0,7; 0,9 и 0,89; 0,63 и 0,6209; 3,671 и 3,67;
б) 0,483 и 0,479; 4,781 и 4,79; 95,3 и 95,300.

36. Запишите числа в порядке возрастания:
а) 0,1; 0,08; 0,452; 1,8; 1,25; 4,2; 4,178; 0,35;
б) 4,365; 4,356; 9,179; 9,097; 0,953; 0,008; 9,1.

37. Запишите цифры, при подстановке которых вместо звёздочки получается верное утверждение:
а) $4, *1 > 4{,}01$; в) $0{,}07 * > 0{,}077$;
б) $2{,}54 < 2{,}5 *$; г) $5{,}414 > 5{,}4 * 7$.

38. Запишите наибольшую десятичную дробь, которая:
а) меньше 2 и имеет одну цифру после запятой;
б) меньше 6 и имеет три цифры после запятой.

39. Запишите наименьшую десятичную дробь, которая:
а) больше 3 и имеет одну цифру после запятой;
б) больше 0 и имеет две цифры после запятой.

40. Запишите вместо звёздочки одну и ту же цифру так, чтобы числа 7,31*; 7,*2; 7,21*6 были записаны в порядке убывания.

41. Взвесили улов: окунь, карп, карась и лещ. Получились результаты: 0,7 кг, 0,82 кг, 0,68 кг, 0,54 кг. Найдите массу каждой рыбы, если

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

известно, что окунь тяжелее леща и легче карпа, а карась легче леща.

42. Найдите ошибку, допущенную при округлении, и запишите верный ответ:

а) $0,\underline{6}832 \approx 0,6$; в) $5\underline{7}9,99 \approx 58$;

б) $3,4\underline{0}27 \approx 3,41$; г) $234\underline{0},45 \approx 234$.

43. Округлите число до тысячных, до сотых, до десятых, до единиц:

а) 57,3608; г) 1,0802;

б) 43,6572; д) 204,1963;

в) 19,9627; е) 409,7256.

44. Используйте правила для округления дробей до:

а) десятых: 3,691; 5,1431; 405,973; 70,47;

б) сотых: 1,08379; 0,25509; 10,090; 0,8027;

в) единиц: 6,175; 11,837; 9,5; 400,499; 12,09.

45. После округления десятичной дроби 0,8437 Витя получил число 1, Аня — число 0,844, Толя — число 0,84, Нина — число 0,8. Определите, до каких разрядов каждый из них выполнял округление.

46. Округлите число m до десятых, если известно, что оно расположено между числами:

а) 0,56 и 0,65; б) 27,757 и 27,759.

47. Сравните числа, используя правила сравнения натуральных чисел:

а) 5802 и 999; б) 69765301 и 69765310.

48. Округлите числа до их наивысшего разряда: 99, 862, 60765, 99999, 753456.

49. Запишите координаты точек (рис. 1), отмеченных на координатном луче.

Рисунок 1

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

50. Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным длине 8 клеток. Изобразите точки с координатами: $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{8}$; $1\frac{1}{4}$; $1\frac{5}{8}$.

51. Найдите значение выражения:

$$3\frac{3}{10} : \left(\frac{8}{25} + \frac{9}{20}\right) - \frac{64}{35} \cdot \frac{5}{4}.$$

Решите задачи:

52. Вася прочитал сначала $\frac{1}{4}$ часть книги, затем — ещё $\frac{2}{5}$ части книги, после чего ему осталось прочитать 42 страницы. Сколько страниц в книге?

53. После того как пешеход прошёл $\frac{5}{8}$ всего пути, ему осталось пройти на 2 км меньше, чем он прошёл. Какой путь должен пройти пешеход?

Проверь себя!

1. Если в конце записи десятичной дроби приписать или отбросить несколько нулей, то получится ... ей дробь. Назовите пропущенное слово.

2. Если десятичную дробь округлили до разряда сотых, сколько цифр после запятой осталось?

3. Если десятичную дробь округлили до разряда сотен, сколько цифр после запятой осталось?

54. Запишите десятичные дроби, равные данным и имеющие четыре знака после запятой, используя правило приписывания нулей: 1,3; 0,42; 15,009; 2.

55. Запишите десятичные дроби, равные данным, используя правило отбрасывания нулей: 41,100; 0,070; 0,22000; 0,50300; 4,000; 90,00.

56. Уравняйте количество знаков после запятой в десятичных дробях, используя правило приписывания нулей: 1,007; 4,1; 0,03 и 2,0001.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

57. Сравните числа, используя правило сравнения десятичных дробей:

а) 0,0401 и 0,0041; в) 5,045 и 5,05;

б) 0,035 и 0,045; г) 16,3401 и 12,34.

58. Запишите в порядке убывания числа: 39,03; 9,89; 17,08; 11,04; 1,708; 38,8.

59. Используйте правила для округления дробей до:

а) десятых: 5,792; 3,1241; 106,962; 80,37;

б) сотых: 1,07189; 0,35508; 20,090; 0,6405;

в) единиц: 4,187; 13,916; 9,6; 200,499; 0,7.

Сначала число округлили до сотых, а затем полученное число — до десятых; второй раз число округлили сразу до десятых. Всегда ли полученные результаты совпадают? Получите общее правило для случаев, когда результаты совпадают и не совпадают.

§ 3. Изображение десятичных дробей на координатном луче

Для измерения длин отрезков используется линейка с делениями. Большие деления соответствуют сантиметрам, а маленькие — миллиметрам.

На рисунке 2 отмечено 6 см и 3 мм. Так как 3 мм = $= \frac{3}{10} = 0{,}3$ см, то на линейке отмечено число 6,3 см.

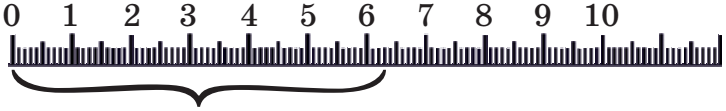


Рисунок 2

Так же как на линейке отмечаются результаты измерения длин отрезков, на координатном луче изображаются десятичные дроби. Чтобы изобразить десятичные дроби на координатном луче, поступа-

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

ют так же, как и при изображении обыкновенных дробей. Например, чтобы отметить на координатном луче десятичную дробь 0,3, нужно:

1. Выбрать единичный отрезок. Удобнее для изображения длину единичного отрезка взять кратной 10 единицам измерения, например 10 клеток.

2. Разделить единичный отрезок на 10 равных частей и отметить 3 такие части; в конце последней части поставить число 0,3 (рис. 3).

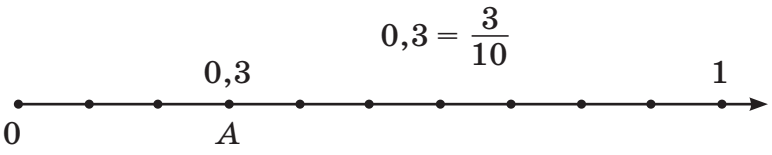


Рисунок 3

Точка A имеет координату 0,3. Записывают координаты точек так же, как и для натуральных чисел — $A(0,3)$.

На рисунке 4 отмеченные точки имеют координаты: $A(0,3)$, $B(0,9)$, $C(1,1)$, $D(1,7)$.

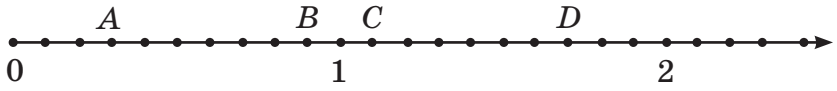


Рисунок 4

Чтобы отметить на координатном луче число 1,46, нужно отметить сначала числа 1,4 и 1,5, а затем отрезок между ними разделить на 10 равных частей и отложить 6 таких частей (рис. 5).

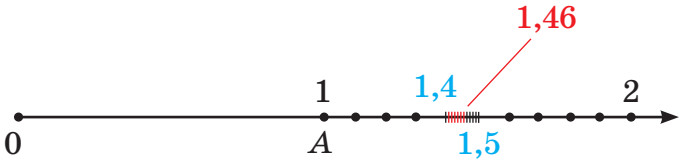


Рисунок 5

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Для изображения десятичных дробей с бóльшим числом цифр после запятой требуется увеличить единичный отрезок. В этом случае иллюстрируют только часть координатного луча между двумя соседними единицами предыдущего разряда (рис. 6).

Рисунок 6

60. Какие десятичные дроби соответствуют точкам, отмеченным на координатном луче (рис. 7), если изображена часть луча:

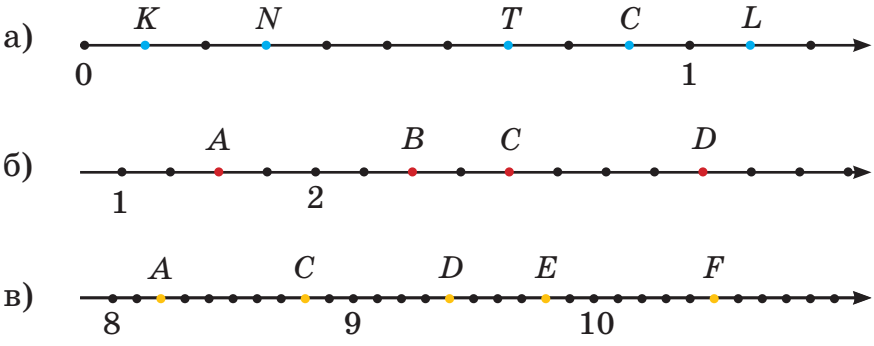


Рисунок 7

61. На координатном луче с единичным отрезком, равным десяти клеткам, отметьте точки:

а) $B(0,2)$, $T(0,4)$, $E(1,3)$, $P(2,1)$;

б) $A(0,1)$, $M(0,5)$, $C(1,2)$.

62. Расположите точки $M(0,5)$, $K(0,125)$, $C(1,25)$, $T(0,34)$, $A(3,04)$, $N(0,325)$ в порядке возрастания их координат. Запишите четыре точки, координаты которых больше, чем координата точки N.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

63. Какие числа соответствуют точкам, отмеченным на координатном луче (рис. 8), если изображена часть луча:

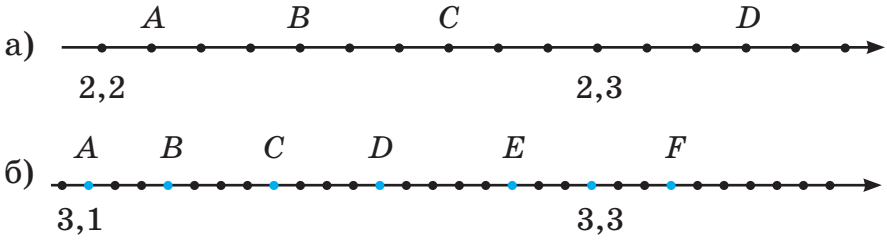


Рисунок 8

64. Запишите показания градусника, используя десятичные дроби (рис. 9).

Рисунок 9

65. Какие числа соответствуют точкам, отмеченным на рисунке 10:

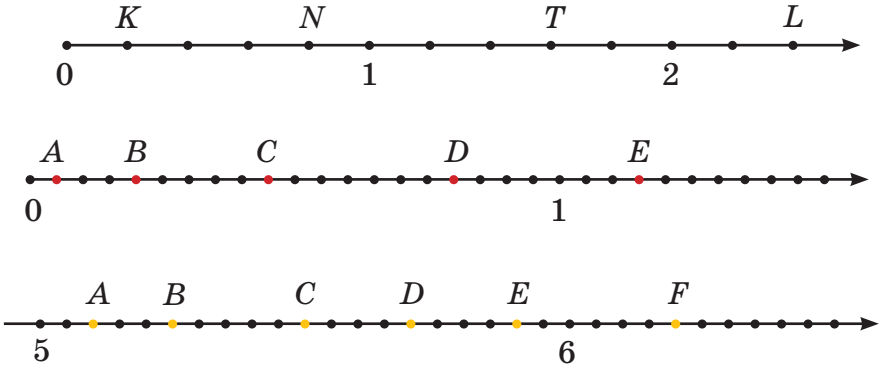


Рисунок 10

66. На координатном луче с единичным отрезком, равным восьми клеткам, отметьте точки: $A(0{,}5)$, $B(0{,}125)$, $C(1{,}5)$, $D(0{,}75)$, $E(1{,}25)$.

67. Между какими соседними натуральными числами находится число:

а) 2,1; 12,64; 99,8; 222,375;

б) 8,6; 16,267; 100,01; 509,99?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

68. Какие натуральные числа заключены между десятичными дробями:
а) 1,1 и 3,1; 53 и 58,42;
б) 3,7 и 7,6; 80,01 и 90,001?

69. Запишите три десятичные дроби, расположенные между числами:
а) 7 и 8; б) 0,3 и 0,4; в) 2,22 и 2,23.

70. Число 3 876 504 запишите в виде суммы разрядных слагаемых.

71. Используя правила сложения и вычитания в столбик, выполните действия:
а) 7968 + 2651; в) 3000 – 2076;
б) 4296 – 749; г) 12 040 – 2356.

72. Решите уравнение:
а) $\left(\frac{3}{8}-x\right)-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$; б) $\left(1\frac{7}{8}x-2\frac{1}{3}\right)\cdot 24=4$.

73. Анна истратила $\frac{3}{8}$ всех денег на покупку цветов на день рождения подруги и $\frac{1}{6}$ — на покупку коробки конфет. Сколько денег было у Анны, если цветы дороже коробки конфет на 10 р.?

74. Ленту длиной $2\frac{19}{30}$ м разрезали на две части так, что одна из них оказалось на $\frac{3}{10}$ м длиннее другой. Какова длина каждой части?

Проверь себя!

1. Какие десятичные дроби с одной цифрой после запятой можно отметить на координатном луче между числами 5 и 6?

2. Какие десятичные дроби с двумя цифрами после запятой можно отметить на координатном луче между числами 5,4 и 5,5?

3. Между какими целыми числами на координатном луче изображается число 1,4?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

75. Используя десятичные дроби, запишите, какое количество жидкости в мерном стакане соответствует отмеченным точкам (рис. 11).

Рисунок 11

76. Какие десятичные дроби соответствуют точкам, отмеченным на рисунке 12?

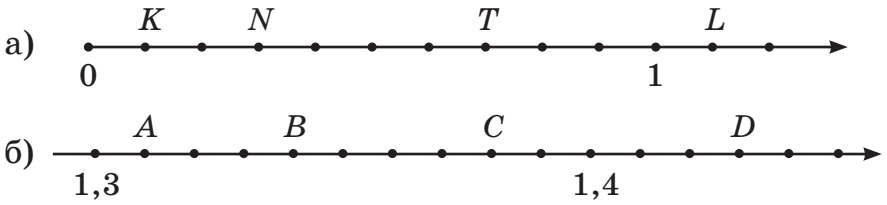


Рисунок 12

77. На координатном луче с единичным отрезком, равным длине десяти клеток, отметьте точки: $K(0{,}1)$, $N(0{,}3)$, $M(0{,}8)$, $L(1{,}5)$, $S(2{,}2)$.

78. Запишите три десятичные дроби, расположенные на координатном луче левее точки:

а) $A(12{,}2)$; в) $L(0{,}08)$;

б) $T(10{,}11)$; г) $P(125{,}2)$.

79. Какие из отмеченных на координатном луче точек соответствуют числам: 23,9; 23,3; 23,6; 24,5; 25,2; 25,8 (рис. 13)?

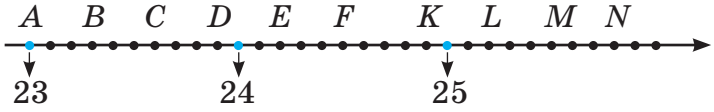


Рисунок 13

Когда мы включаем свет, кажется, что он заполняет комнату мгновенно. В разные времена делались многочисленные попытки определить скорость света. Исследуйте вопрос о том, какое числовое значение придавали скорости света в разные века. Определите, когда эти значения брали с избытком, а когда — с недостатком по сравнению с современным значением скорости света.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 4. Сложение и вычитание десятичных дробей

Стоимость купленных Петей тетрадей составила 2,3 р., а стоимость ручек — 4,6 р. Какова стоимость всей покупки? Для решения этой задачи нужно сложить две десятичные дроби.

Можно записать десятичные дроби в виде обыкновенных и выполнить сложение:

$$2{,}3 = 2\frac{3}{10};\ 4{,}6 = 4\frac{6}{10};$$

$$2{,}3 + 4{,}6 = 2\frac{3}{10} + 4\frac{6}{10} = 6\frac{9}{10} = 6{,}9.$$

Значит, стоимость всей покупки 6,9 р. Этот же результат получается, если записать слагаемые 2,3 и 4,6 столбиком так, чтобы одноимённые разряды оказались друг под другом, и выполнить сложение так, как складывают натуральные числа. Запятые в слагаемых и сумме окажутся в одном столбике друг под другом.

$$\begin{array}{r} 2{,}3 \\ +\ 4{,}6 \\ \hline 6{,}9 \end{array}$$

Пример 1	Пример 2
$15{,}225 - 3{,}122 =$ $= 15\frac{225}{1000} - 3\frac{122}{1000} =$ $= 12\frac{103}{1000} = 12{,}103$	$1{,}4 + 5{,}243 =$ $= 1{,}400 + 5{,}243 =$ $= 1\frac{400}{1000} + 5\frac{243}{1000} = 6\frac{643}{1000} =$ $= 6{,}643$

Пример 3
$0{,}13 + 14 = \frac{13}{100} + 14 =$ $= 14\frac{13}{100} = 14{,}13$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Эти же результаты получатся, если записать действия в столбик:

$$\begin{array}{r} 15{,}225 \\ -\ 3{,}122 \\ \hline 12{,}103 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}400 \\ +\ 5{,}243 \\ \hline 6{,}643 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}13 \\ +\ 14{,}00 \\ \hline 14{,}13 \end{array}$$

Вывод: чтобы сложить (вычесть) десятичные дроби, нужно:

1. Записать эти дроби друг под другом так, чтобы запятые оказались в одном столбце (запятая под запятой).

2. Уравнять число знаков после запятой, приписывая справа нули.

3. Выполнить сложение (вычитание) десятичных дробей по правилам действий с натуральными числами.

4. В сумме (разности) поставить запятую под запятыми.

Запись действия сложения или вычитания можно выполнять, мысленно приписывая нули, т. е.

$$\begin{array}{r} 122{,}500 \\ -\ 6{,}179 \\ \hline 116{,}321 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 122{,}5 \\ -\ 6{,}179 \\ \hline 116{,}321 \end{array}$$

Переместительный и сочетательный законы сложения **выполняются при сложении десятичных дробей.**

$$a + b = b + a; \quad (a + b) + c = a + (b + c).$$

Например, найдите значение выражения:
$0{,}23 + (2{,}38 + 14{,}77)$.

Решение:

$0{,}23 + (2{,}38 + 14{,}77) = 0{,}23 + (14{,}77 + 2{,}38) =$
$= (0{,}23 + 14{,}77) + 2{,}38 = 15 + 2{,}38 = 17{,}38.$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

80. Найдите ошибки в записи действий сложения или вычитания:

$$\begin{array}{r} 4{,}21 \\ +\ 5{,}8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4{,}21 \\ +\ 5{,}8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6{,}302 \\ -\ 2{,}1 \\ \hline \end{array}$$

81. Примените правило и выполните действия:

а) $3{,}4 + 5{,}1$, $9{,}65 - 3{,}23$, $0{,}68 - 0{,}5$, $0{,}31 + 0{,}42$;

б) $0{,}912 + 12{,}8$, $0{,}998 + 0{,}002$, $0{,}02 - 0{,}0007$, $7{,}6 + 2{,}4091$;

в) $2{,}9 + 34{,}348$, $0{,}4 + 1{,}0606$, $0{,}01 - 0{,}0005$, $1{,}126 + 14$.

82. Запишите десятичную дробь в виде суммы разрядных слагаемых.

Образец: $57{,}1083 = 50 + 7 + 0{,}1 + 0{,}008 + 0{,}0003$.

а) 0,123; в) 17,309; д) 4,44444;

б) 3,58; г) 7016,7016; е) 23,023.

83. Примените правило сложения и выполните действия в столбик:

а) $0{,}057 + 17{,}07 + 8{,}3$; б) $6{,}28 + 3{,}1 + 0{,}819$.

84. Выполните действия, используя законы сложения:

а) $0{,}23 + (3{,}84 + 6{,}77)$; б) $4{,}5 + 7{,}08 + 2{,}5$.

85. Найдите сумму, используя законы сложения:

а) $0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3 + \ldots + 0{,}9$;

б) $0{,}01 + 0{,}02 + 0{,}03 + \ldots + 0{,}98 + 0{,}99$;

в) $0{,}02 + 0{,}05 + 0{,}08 + \ldots + 0{,}99 + 1{,}02$.

86. Решите уравнения, используя зависимости между компонентами действий:

а) $1{,}2 - x = 0{,}06$; в) $x + 1{,}02 = 3{,}06$;

б) $1{,}2 + x = 2{,}06$; г) $x - 1{,}02 = 0{,}06$.

87. Решите уравнения, используя алгоритм их решения:

а) $(3{,}7 + x) - 6{,}5 = 4{,}7$;

б) $22{,}3 - (9{,}8 + x) = 6{,}4$;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

в) $31{,}6 - (m - 2{,}75) = 13{,}94$;
г) $(n + 8{,}325) - 15{,}2 = 9{,}07$.

88. Найдите значения числовых выражений и сравните их:
а) $10{,}6 - 0{,}78 + 2{,}368$ и $10{,}6 - (0{,}78 + 2{,}368)$;
б) $37{,}4 - 7{,}89 - 0{,}986$ и $37{,}4 - (7{,}89 - 0{,}986)$.

89. Установите закономерность и найдите недостающее число в ряду чисел: 0,01; 0,03; 0,07; 0,13; ...; 0,31.

90. Найдите значение числового выражения:
а) $(86{,}15 - 4{,}378) + (3{,}2 - 0{,}987)$;
б) $6{,}43 + (8{,}4 - (5{,}96 + 0{,}732)) - 4{,}5816$.

91. Найдите, как изменится число:
а) 43,21, если запятую перенести на одну цифру вправо;
б) 201,03, если запятую перенести на две цифры влево.

92. Какое число больше числа 6,08 на столько же, на сколько число 8,06 больше числа 2,109?

93. Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления были верными:

а)
$$\begin{array}{r} *,9*1 \\ +\ 2,*5* \\ \hline 4,036 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} *5,*1 \\ -\ \ *,0*3 \\ \hline 16,327 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 4*5,67* \\ -\ 30*,**9 \\ \hline 96,889 \end{array}$$

94. Расшифруйте пример, если одинаковые буквы означают одинаковые цифры, а разные буквы — разные цифры:

а)
$$\begin{array}{r} \text{СУМК,А} \\ +\ \text{СУМК,А} \\ \hline \text{БАГА,Ж} \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} \text{СЛОВ,О} \\ +\ \text{СЛОВ,О} \\ \hline \text{ПЕСН,Я} \end{array}$$

95. Найдите значение выражения:
$0{,}\underbrace{00\ldots03}_{10} - 0{,}\underbrace{00\ldots03}_{15}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

96. В таблице приведены данные о площади Беларуси и стран-соседей.

Страна	Площадь, тыс. км^2
Россия	17075,4
Украина	603,549
Польша	312,685
Литва	65,2
Латвия	64,589
Беларусь	207,595

Вычислите:
а) на сколько квадратных километров площадь Беларуси меньше, чем площадь России;
б) на сколько квадратных километров площадь России больше, чем площадь Польши;
в) на сколько квадратных километров площадь Польши больше, чем площадь Беларуси;
г) сколько квадратных километров составляет площадь всех стран — соседей Беларуси вместе.

97. Собственная скорость катера 37,5 км/ч, скорость течения реки 2,8 км/ч. Найдите скорость катера против течения и по течению реки.

98. Одна сторона треугольника равна 9,76 м, вторая — на 1,9 м больше первой. Найдите третью сторону, если периметр треугольника равен 36,14 м. Ответ округлите до десятых.

99. Число увеличили на 0,9, полученный результат уменьшили на 0,43, затем результат увеличили на 6,375 и новый результат уменьшили на 12,87. В результате получилось 27,333. Какое число было вначале?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

100. Масса банки с мёдом равна 5,45 кг. После того как съели половину всего мёда, масса банки с мёдом стала равна 3,2 кг. Какова масса пустой банки?

101. За три дня туристы прошли 72,45 км. За первый и второй дни они прошли 50,78 км. Сколько километров проходили туристы каждый день, если во второй день они прошли больше, чем в третий, на 9,9 км?

102. Найдите значение выражения:

$\left(1\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)\cdot 2\frac{2}{3}:5\frac{5}{6}$.

103. Решите уравнение:

а) $\frac{3}{4}-\left(x+\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{5}$; б) $5\frac{1}{3}x-1=1\frac{1}{9}$.

104. Выполните действия:

а) $7684\cdot 7$; б) $42\,069\cdot 28$; в) $260\cdot 407$.

105. Сравните значения величин, представив их в виде десятичных дробей:

а) 0,8 т и 70 кг; в) 0,7 м и 7 дм;

б) 0,6 кг и 63 г; г) 9,3 дм и 93 см.

106. Первое число 60, второе число составляет 0,8 первого, а третье — 0,5 суммы первого и второго. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

107. Два шестых класса подписали 64 открытки для ветеранов. Сколько открыток подписал каждый класс, если известно, что первый из них приготовил открыток в $1\frac{2}{7}$ раза больше, чем второй?

108. Охотник шёл 3 ч 10 мин, а после привала — 2 ч 45 мин с постоянной скоростью. Найдите скорость охотника, если он прошёл 28,4 км.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Проверь себя!

Вставьте пропущенные слова:

Чтобы сложить (вычесть) десятичные дроби, нужно:

1. Записать эти дроби друг под другом так, чтобы ... оказались в одном столбце (запятая под запятой).
2. Уравнять число знаков после запятой, приписывая ... .
3. Выполнить сложение (вычитание) десятичных дробей по правилам действий с ... числами.
4. В сумме (разности) поставить ... под запятыми.

109. Примените правила сложения и вычитания десятичных дробей:

а) $6{,}8 + 3{,}9$, $0{,}06 + 0{,}006$,
$0{,}54 + 0{,}14$, $0{,}996 + 0{,}004$,
$0{,}3 - 0{,}02$, $0{,}584 - 0{,}35$;

б) $4{,}9 + 6{,}5$, $4 + 1{,}3$,
$3{,}26 + 32{,}6$, $0{,}92 + 0{,}08$,
$9{,}2 - 5{,}46$, $0{,}07 - 0{,}0038$.

110. Примените правило и выполните сложение в столбик:

а) $7{,}19 + 4{,}2 + 0{,}628$;

б) $0{,}06 + 14{,}3148 + 3 + 0{,}575$.

111. Вычислите, используя законы сложения:

$0{,}001 + 0{,}002 + 0{,}003 + \ldots + 0{,}009$.

112. Найдите значение числового выражения:

$5{,}36 + 8{,}794 - (9{,}2 - 6{,}784)$.

113. Решите уравнение:

а) $x - 5{,}9 = 7{,}95$; в) $(y - 10{,}47) + 3{,}18 = 5{,}6$;

б) $8{,}1 - x = 3{,}407$; г) $40 - (x - 6{,}72) = 11{,}6$.

114. Одна сторона треугольника равна 11,2 см, вторая — на 4,5 см больше, а третья — на 5,3 см меньше второй. Найдите периметр треугольника.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

115. Для изготовления деталей для мебели от рейки длиной 1,7 м отпилили четыре заготовки. Длина первой заготовки 0,25 м, длина каждой следующей на 0,1 м больше предыдущей. Какова длина оставшейся части рейки?

116. Фермер распределил овощи в три хранилища. В первом и втором хранилищах было 20,25 т овощей, во втором и третьем — 19,725 т. Сколько тонн овощей в каждом хранилище, если во всех трёх было 28,6 т овощей?

Во время математической викторины участникам четырёх команд предложили округлить числа: первым двум командам — до сотых, а двум другим командам — до десятых. Когда команды озвучили ответы, оказалось, что у всех первоначально были разные числа, а ответы получились одинаковые. Приведите пример таких четырёх чисел.

§ 5. Умножение и деление десятичной дроби на разрядную единицу. Умножение десятичной дроби на разрядные единицы: 10, 100, 1000 и т. д.

Для выполнения умножения десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. запишем десятичные дроби в виде обыкновенных дробей и выполним умножение.

$$4{,}256 \cdot 100 = 4\frac{256}{1000} \cdot 100 = 400 + \frac{256}{10} = 425{,}6;$$

$$1{,}78 \cdot 10 = 1\frac{78}{100} \cdot 10 = 10 + \frac{78}{10} = 17{,}8.$$

Вывод: чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., нужно перенести запятую в этой дроби вправо на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Примеры:

$1{,}234 \cdot 10 = 12{,}34;$
$1{,}234 \cdot 100 = 123{,}4;$
$1{,}234 \cdot 1000 = 1234;$
$1{,}234 \cdot 10\,000 = 1{,}2340 \cdot 10\,000 = 12\,340.$

Умножение десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.

Запишем десятичные дроби в виде обыкновенных и выполним умножение.

$$145{,}6 \cdot 0{,}1 = 145\frac{6}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1456}{100} = 14{,}56;$$

$$145{,}6 \cdot 0{,}01 = 145\frac{6}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1456}{1000} = 1{,}456.$$

Вывод: чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., нужно перенести запятую в этом числе влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

Примеры:

$1{,}234 \cdot 0{,}1 = 0{,}1234;$
$1{,}234 \cdot 0{,}01 = 01{,}234 \cdot 0{,}01 = 0{,}01234;$
$1{,}234 \cdot 0{,}001 = 0{,}001234;$
$1{,}234 \cdot 0{,}0001 = 0{,}0001234.$

Деление десятичной дроби на разрядные единицы: 10, 100, 1000 и т. д.

Чтобы разделить число на 10, 100, 1000 и т. д. по правилу деления обыкновенных дробей, нужно умножить это число на $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$.

Значит, правило деления десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. совпадает с правилом умножения десятичной **дроби на 0,1; 0,01; 0,001** и т. д.

Деление на 10, 100, 1000 и т. д.
Умножение на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.

«,» переносят влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Примеры:

123,45 : 10 = 12,345;
123,45 : 100 = 1,2345;
123,45 : 1000 = 0,12345.

Деление десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.

Чтобы разделить число на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. по правилу деления обыкновенных дробей, нужно умножить это число на 10, 100, 1000 и т. д.

Значит, правило деления десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. совпадает с правилом умножения десятичной дроби на 10; 100; 1000 и т. д.

Деление на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.
Умножение на 10; 100; 1000 и т. д.

↓

«,» переносят вправо на 1, 2, 3 и т. д. цифры

Примеры:

1,234 : 0,001 = 1234;
1,234 : 0,01 = 123,4;
1,234 : 0,1 = 12,34.

Заметим, что при переносе запятой в числе вправо на 1, 2, 3 и т. д. цифры данное число увеличивается в 10, 100, 1000 и т. д. раз. А при переносе запятой в числе влево на 1, 2, 3 и т. д. цифры данное число уменьшается в 10, 100, 1000 и т. д. раз.

Для выполнения умножения и деления числа на разрядные единицы можно использовать следующую таблицу:

Перенос запятой / Действие	на 10, 100 и т. д.	на 0,1; 0,01 и т. д.
	На количество нулей	На количество знаков после запятой
Умножение	→	←
Деление	←	→

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

117. Определите, какой получится результат, если в данных числах запятую перенесли на:
а) 1 цифру вправо: 1,04; 0,0075; 24;
б) 1 цифру влево: 13,456; 0,8; 0,0075; 24;
в) 2 цифры влево: 802,28; 0,3; 125;
г) 3 цифры вправо: 4,72; 0,1; 0,0009.

118. Определите, на какую разрядную единицу умножили десятичную дробь, если запятая была перенесена на:
а) 1 цифру вправо;
б) 2 цифры влево;
в) 3 цифры вправо;
г) 4 цифры влево;
д) 1 цифру влево;
е) 2 цифры вправо.

119. Определите, на какую разрядную единицу разделили десятичную дробь, если запятая была перенесена на:
а) 2 цифры вправо;
б) 1 цифру влево;
в) 4 цифры вправо;
г) 3 цифры влево;
д) 1 цифру влево;
е) 2 цифры вправо.

120. Примените правило умножения на разрядную единицу: $5{,}62 \cdot 10$; $56{,}2 \cdot 10$; $0{,}562 \cdot 10$; $5{,}62 \cdot 100$; $5{,}62 \cdot 10\,000$.

121. Примените правило деления на разрядную единицу и выполните деление: $820{,}9 : 0{,}1$; $820{,}9 : 0{,}01$; $820{,}9 : 0{,}001$.

122. Примените правило деления на разрядную единицу и выполните деление: $63{,}9 : 10$; $2{,}81 : 10$; $1 : 10$; $0{,}015 : 10$; $12 : 100$.

123. Примените правило умножения на разрядную единицу и выполните умножение: $3{,}1 \cdot 0{,}01$; $0{,}47 \cdot 0{,}01$; $2{,}3 \cdot 0{,}1$; $0{,}04 \cdot 0{,}1$; $26{,}4 \cdot 0{,}001$; $7{,}3 \cdot 0{,}001$; $0{,}8 \cdot 0{,}001$.

124. Найдите ошибки в вычислениях:
а) $0{,}23 \cdot 10 = 23$;
б) $75{,}3 : 10 = 0{,}735$.

125. Укажите верное равенство:
а) $3{,}2 \cdot 0{,}1 = 32$;
б) $6{,}4 : 0{,}1 = 0{,}64$;
в) $40{,}05 \cdot 0{,}01 = 4{,}005$;
г) $2{,}1 : 0{,}01 = 210$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

126. Примените правило умножения или деления на разрядную единицу и выполните действия: 6,22 · 10; 6,22 : 10; 40,3 · 100; 40,3 : 100; 0,7 · 1000.

127. Примените правило умножения на разрядную единицу и выполните действие: 6,22 · 0,1; 40,3 · 0,01; 0,7 · 0,001.

128. Увеличьте каждое из чисел в 10, 100, 1000 раз:
а) 123,004; б) 7,65; в) 1,8.

129. Уменьшите каждое из чисел в 10, 100, 1000 раз:
а) 15,026; б) 0,4; в) 625.

130. Выберите правильный ответ.
а) Во сколько раз 31,14 больше 0,03114?
1. В 10 раз. 2. В 100 раз. 3. В 1000 раз.
б) Во сколько раз 1,10303 меньше 110,303?
1. В 10 раз. 2. В 100 раз. 3. В 1000 раз.

131. Решите уравнение:
а) $10x = 93{,}4$; в) $100x = 0{,}7$;
б) $0{,}1x = 93{,}4$; г) $0{,}01x = 0{,}7$.

132. Решите уравнение:
а) $x : 10 = 36{,}52$; в) $x : 1000 = 0{,}05$;
б) $x : 0{,}1 = 36{,}52$; г) $x : 0{,}01 = 0{,}3$.

133. Установите закономерность и продолжите последовательность чисел:
а) 320; 32; 3,2; ...;
б) 0,70605; 70,605; 7060,5; ... .

134. Найдите значение выражения:
а) 5,4 · 10 : 100 · 1000 : 10 000;
б) 13,51 · 100 : 1000 · 10 : 100;
в) 44,4 · 0,1 · 100 · 0,001;
г) 1,752 : 0,01 : 10 · 0,01 · 1000.

135. Найдите значение выражения:
а) 382 · (4,2 : 0,1); в) 54,678 + 0,789 · 100;
б) (20,02 : 0,01) · 77; г) 27,4 − 0,7 : 0,1.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

136. Найдите значение выражения с переменными:
а) $23{,}5x + 7{,}65y$, если $x = 0{,}01$ и $y = 0{,}1$;
б) $0{,}0175a - 0{,}625b + 2{,}03c$, если $a = 1000$, $b = 10$, $c = 100$.

137. Запишите обыкновенную дробь в виде десятичной:
а) $\frac{29}{10}$; в) $\frac{7063}{10}$; д) $\frac{2149}{100}$;
б) $\frac{137}{10}$; г) $\frac{873}{100}$; е) $\frac{259\,083}{1000}$.

138. Вставьте вместо кружка знак действия, а вместо прямоугольника — число, чтобы получилось верное равенство. Сколько способов решения задачи:
а) $13{,}14 \bigcirc \square = 131{,}4$;
в) $0{,}842 \bigcirc \square = 84{,}2$;
б) $13{,}14 \bigcirc \square = 1{,}314$;
г) $0{,}842 \bigcirc \square = 8{,}42$?

139. Представьте данные числа в виде натуральных чисел.
Образец: 25,3 млн = $25{,}3 \cdot 1\,000\,000 = 25\,300\,000$.
а) 3,4 тыс.; б) 0,2 млн; в) 0,08 млрд;
г) 0,8 тыс.; д) 4,1 млн; е) 0,505 млрд.

140. Используя сокращения (тыс., млн), запишите числа:
а) в тысячах: 85 360; 5400; 127 800;
б) в миллионах: 700; 3960; 47 000; 200 000; 19 200 000.

141. Выразите значение величины с помощью меньшей единицы измерения:
а) в сантиметрах: 8,3 дм; 1,5 м; 0,02 м;
б) в метрах: 4,2 км; 0,07 км; 0,033 км.

142. Выразите в квадратных метрах:
а) 5 а; в) 5 га; д) 5 км^2;
б) 0,5 а; г) 0,05 га; е) 0,005 км^2.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

143. Выразите в копейках:

а) 2 р.; в) 1,7 р.; д) 5,25 р.;

б) 0,3 р.; г) 0,05 р.; е) 10,1 р.

144. Решите уравнение, используя алгоритм:

а) $10 \cdot x - 4{,}82 = 12{,}6$;

б) $0{,}394 + 100 \cdot x = 5$;

в) $1{,}625 - x : 1000 = 0{,}98$;

г) $100 : x + 8{,}699 = 8{,}7$.

Решите задачи:

145. Водитель такси на 1000 км расходует 79 л бензина. Сколько литров бензина потребуется водителю на 100 км?

146. За 100 учебников школа заплатила 265,6 р. Сколько надо заплатить за 1000 таких учебников?

147. Площадь прямоугольного участка равна 124,88 м^2, одна из его сторон — 10 м. Найдите длину забора вокруг всего участка.

148. Цена льняной ткани 7,1 р. за 1 м. Найдите стоимость 100 м ткани.

149. За 10 мин улитка проползла 0,49 м. Найдите скорость движения улитки.

150. В коробке 100 пакетиков чая. Масса одного пакетика 1,8 г, а масса пустой коробки 0,025 кг. Чему равна масса полной коробки?

151. Чтобы получить 8 г мёда, пчеле надо облететь 100 000 цветков. Сколько граммов мёда в среднем собирает пчела с одного цветка?

152. Сумма двух чисел, одно из которых в 999 раз меньше другого, равна 4062,8. Найдите эти числа.

153. Разность двух чисел, одно из которых в 101 раз больше другого, равна 508,46. Найдите эти числа.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

154. Округлите числа:
до десятых: а) 8,158; б) 3,762; в) 4,231; г) 6,119; д) 7,45; е) 9,999;
до сотен: а) 617,3; б) 861,9; в) 555,5; г) 3406; д) 99 987.

155. Выполните действия:
а) 0,714 + 42,8, 0,31 – 0,276;
б) 0,698 + 78,4, 8,2 – 3,96;
в) 23,6 + 0,528, 0,43 – 0,285.

156. Выполните деление, используя правило деления уголком:
а) 846 : 18; в) 135 270 : 45;
б) 66 625 : 325; г) 1225 : 175.

157. Найдите значение выражения:
а) $\left(3\frac{5}{6}-2\frac{3}{4}\right):\frac{7}{12}+5\frac{1}{2}$;
б) $2\frac{2}{3}\left(2\frac{1}{3}+2\frac{5}{12}\right)-4\frac{4}{5}$.

Решите задачи:

158. В первый день велосипедисты проехали $\frac{7}{15}$ всего пути, во второй день — $\frac{2}{5}$ всего пути, а в третий день — оставшиеся 60 км. Какой путь проехали велосипедисты за три дня?

159. Однокомнатные квартиры составляют $\frac{1}{2}$ всех квартир дома. Число трёхкомнатных квартир составляет $\frac{2}{5}$ числа однокомнатных квартир. Сколько всего квартир в доме, если двухкомнатных квартир на 8 меньше, чем однокомнатных, а квартир с бóльшим числом комнат, чем три, в доме нет?

160. Автомобили различной грузоподъёмности могут перевезти некоторый груз, работая отдельно:

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

первый — за 10 ч, второй — за 12 ч, а третий — за 15 ч. За какое время они могут перевезти этот же груз, работая совместно?

161. Заготовленных досок хватит для работы двух пилорам в течение 10 дней, а для работы одной первой пилорамы — в течение 30 дней. На сколько дней хватило бы этих досок для работы только второй пилорамы?

162. Расстояние по реке между двумя причалами 180 км. Сколько времени потратит на путь от одного причала до другого и обратно катер, если его собственная скорость 27 км/ч, а скорость течения — 3 км/ч?

Проверь себя!

1. Если запятую в записи числа перенесли вправо на три цифы, то число:

а) увеличилось в 1000 раз;

б) уменьшилось в 1000 раз. Выберите правильный ответ.

2. Если запятую в записи числа перенесли влево на два знака, то число:

а) увеличилось в 100 раз;

б) уменьшилось в 100 раз.

Выберите правильный ответ.

163. Примените правило умножения на разрядную единицу и выполните умножение:
а) 0,93 · 10; б) 0,04 · 10; в) 0,0027 · 10;
г) 9,745 · 100; д) 1,8 · 100; е) 0,0009 · 100;
ж) 0,7 · 1000; з) 0,014 · 1000.

164. Примените правило деления на разрядную единицу и выполните деление: 52,13 : 0,01; 0,376 : 0,01; 3,04 : 0,001; 0,976 : 0,0001.

165. Примените правило деления на разрядную единицу и выполните деление: 9 : 10; 0,006 : 10; 409,1 : 100; 24 : 100; 73,8 : 1000.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

166. Выполните умножение:

а) $5{,}3 \cdot 0{,}1$; в) $6 \cdot 0{,}1$; д) $601{,}2 \cdot 0{,}001$.

б) $0{,}07 \cdot 0{,}1$; г) $2 \cdot 0{,}01$;

167. Найдите произведение чисел:

а) 0,1 и 10; в) 0,01 и 10;

б) 0,1 и 1000; г) 0,01 и 1000.

168. Представьте данные числа в виде натурального числа:

а) 0,45 тыс., 0,06 млн, 7,3 млрд;

б) 0,03 тыс., 8,05 млн, 60,1 млрд.

169. Решите уравнение:

а) $10x = 7{,}2$; в) $0{,}1x = 0{,}04$;

б) $100x = 160{,}4$; г) $0{,}01x = 1$.

170. Определите пропущенный знак действия и число. Сколькими способами это можно сделать:

а) 60 … … = 0,06; б) 0,003 … … = 3?

171. Выразите:

а) в метрах: 3,25 км; 0,042 км; 18,5 дм; 250 см; 0,7 см; 62 мм;

б) в копейках: 5 р.; 0,4 р.; 2,05 р.; 0,08 р.; 1,6 р.; 100,01 р.

172. Решите уравнение, используя алгоритм:

а) $8{,}642 - x : 100 = 7{,}09$;

б) $100 \cdot x - 1{,}035 = 18{,}2$.

Решите задачи:

173. В магазин привезли 100 кг яблок общей стоимостью 154,8 р. Какова цена одного килограмма яблок? Округлите ответ до сотых.

174. Таня идёт на тренировку в бассейн со скоростью 0,056 км/мин. Какое расстояние она пройдёт за 10 мин?

175. В пачке 1000 листов бумаги. Толщина пачки 11 см. Определите толщину листа бумаги.

176. Сумма двух чисел, одно из которых в 9 раз меньше другого, равна 20,864. Найдите эти числа.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

34,7 → → → → 0,0347

Замените стрелки действиями деления и умножения на разрядную единицу. Придумайте и предложите аналогичные примеры для друзей.

§ 6. Умножение десятичных дробей

Чтобы получить правило умножения двух десятичных дробей, рассмотрим пример. Вычислите: $2{,}34 \cdot 1{,}2$.

Решение:

$2{,}34 \cdot 1{,}2 = 2{,}34 \cdot 100 \cdot 1{,}2 \cdot 10 : 1000 =$

$= 234 \cdot 12 : 1000 = 2808 : 1000 = 2{,}808.$

Мы выполнили следующие действия:

1. Умножили первый множитель на 100, а второй — на 10, чтобы получить натуральные числа.

2. Выполнили умножение натуральных чисел.

3. Для того чтобы получить результат умножения десятичных дробей, полученное произведение разделили на тысячу.

Можно сначала записывать умножение так:

$$\begin{array}{r} 2{,}34 \\ \times\ 1{,}2 \\ \hline 468 \\ +\ 234 \\ \hline 2{,}808 \end{array} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 100} \\ \xrightarrow{\times 10} \\ \\ \\ \xleftarrow{:\,1000} \end{array} \begin{array}{r} 234 \\ \times\ 12 \\ \hline 468 \\ +\ 234 \\ \hline 2808 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}125 \\ \times\ 0{,}54 \\ \hline 4500 \\ +\ 5615 \\ \hline 0{,}60650 \end{array} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 1000} \\ \xrightarrow{\times 100} \\ \\ \\ \xleftarrow{:\,10\,0000} \end{array} \begin{array}{r} 1125 \\ \times\ 54 \\ \hline 4500 \\ +\ 5615 \\ \hline 60650 \end{array}$$

Нуль в конце можно отбросить:

$0{,}60650 = 0{,}6065.$

После тренировки и наблюдения можно получить правило.

Чтобы умножить две десятичные дроби, нужно:

1. Выполнить их умножение, как умножают натуральные числа, не обращая внимание на запятую в множителях.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. В полученном произведении поставить запятую, отделив ею справа налево столько знаков, сколько их содержится в обоих множителях вместе после запятой.

Пример. $3{,}45 \cdot 0{,}015$.

$$\begin{array}{r} 345 \\ \times\ 15 \\ \hline 1725 \\ +\ 345 \\ \hline 5175 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}45 \\ \times\ 0{,}015 \\ \hline 17\ 25 \\ +\ 34\ 5 \\ \hline 0{,}051\ 75 \end{array}$$

1. Умножили натуральные числа 345 и 15, не обращая внимания на запятые в множителях.

2. В первом множителе есть два знака после запятой, во втором — три, всего — пять. Отсчитали в произведении справа налево пять знаков (пришлось ещё дописать нуль) и поставили запятую.

Законы умножения справедливы для десятичных дробей.

1. **Переместительный закон умножения:**

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

2. **Сочетательный закон умножения:**

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

3. **Распределительный закон умножения относительно:**

а) **сложения:** $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$;

б) **вычитания:** $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$;

4. $a \cdot 1 = a$.

5. $a \cdot 0 = 0$.

Пример 1. Найдите произведение: $0{,}4 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 25$.

Решение:

$0{,}4 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 25 = (0{,}4 \cdot 25) \cdot (8 \cdot 11) = 10 \cdot 88 = 880$.

Пример 2. Вычислите удобным способом: $61 \cdot 2{,}3$.

Решение:

$61 \cdot 2{,}3 = (60 + 1) \cdot 2{,}3 = 60 \cdot 2{,}3 + 1 \cdot 2{,}3 = 138 + 2{,}3 = 140{,}3$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

177. Какие натуральные числа нужно умножить, чтобы выполнить действие умножения десятичных дробей:
а) $3{,}4 \cdot 5{,}8$; $0{,}7 \cdot 0{,}09$; $1{,}07 \cdot 2{,}9$; $0{,}0777 \cdot 0{,}22$;
б) $16{,}23 \cdot 2{,}4$; $0{,}5 \cdot 0,\ 8$; $80{,}2 \cdot 5{,}003$; $0{,}25 \cdot 0{,}008$?

178. При умножении десятичных дробей учащийся забыл поставить запятую в результате. Сколько знаков справа налево надо отделить в произведении:
а) $5{,}3 \cdot 6{,}5 = 3445$;
б) $43{,}7 \cdot 1{,}07 = 46\,759$;
в) $0{,}718 \cdot 0{,}11 = 7898$;
г) $0{,}0296 \cdot 0{,}064 = 18\,944$?

179. Известно, что $813 \cdot 34 = 27\,642$. Вычислите:
а) $8{,}13 \cdot 3{,}4$; в) $81{,}3 \cdot 0{,}34$;
б) $8{,}13 \cdot 34$; г) $81{,}3 \cdot 0{,}034$.

180. Округлите числа до наивысшего разряда в целой или дробной части (если целая часть равна 0) и выполните умножение.
Образец: $27{,}817 \cdot 0{,}42 \approx 30 \cdot 0{,}4 = 12$.
а) $9{,}7 \cdot 5{,}12$; в) $67{,}8 \cdot 4{,}234$;
б) $8{,}09 \cdot 0{,}206$; г) $0{,}057 \cdot 621{,}8$.

181. Примените правило умножения десятичных дробей и выполните умножение:
а) $7{,}6 \cdot 4{,}5$; $2{,}06 \cdot 3{,}08$; $0{,}65 \cdot 0{,}0796$; $2{,}6 \cdot 7$;
б) $0{,}8 \cdot 4{,}35$; $60{,}7 \cdot 2{,}03$; $0{,}038 \cdot 0{,}465$; $3{,}4 \cdot 8$.

182. Найдите квадрат и куб числа:
а) 0,1; б) 0,3; в) 0,02; г) 0,5.

183. Найдите значение выражения:
а) $5{,}2 \cdot 11{,}2 - 7{,}2 \cdot 0{,}56 + 7{,}8 \cdot 1{,}09$;
б) $70 - (10{,}2 - 3{,}38) \cdot 4{,}4 + 10{,}008$.

184. Вычислите:
а) сумму числа 58,06 и произведения чисел 3,194 и 10;
б) произведение числа 0,002 и разности чисел 13,1 и 3,03.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Решите задачи:

185. Сколько километров пролетит самолёт за 4,8 ч со скоростью 960,9 км/ч?

186. Найдите массу железной детали объёмом 5,6 $см^3$, если масса 1 $см^3$ железа равна 7,9 г.

187. Длина школьного коридора 60,8 м, а ширина — 4,32 м. Найдите его площадь. Ответ округлите до десятых.

188. Водоём имеет форму прямоугольного параллелепипеда длиной 10,6 м, шириной 5,2 м и глубиной 3 м. Найдите вместимость водоёма.

189. Выполните действия, используя переместительный и сочетательный законы умножения:

а) $0{,}2 \cdot 6{,}34 \cdot 5$; в) $0{,}02 \cdot (2{,}94 \cdot 0{,}5)$;

б) $25 \cdot 18{,}75 \cdot 0{,}4$; г) $(0{,}8 \cdot 5{,}125) \cdot 12{,}5$.

190. Выполните действия, используя распределительный закон умножения:

а) $4{,}3 \cdot 7{,}8 + 5{,}7 \cdot 7{,}8$;

б) $27{,}5 \cdot 16{,}9 - 27{,}5 \cdot 6{,}9$;

в) $35{,}11 \cdot 9{,}09 + 9{,}09 \cdot 64{,}89$;

г) $5{,}14 \cdot 3{,}14 - 3{,}14^2$.

191. Найдите значение выражения, используя законы умножения:

а) $0{,}02 \cdot 7{,}08 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}004$;

б) $12{,}5 \cdot 52{,}1 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}25$.

192. Известно, что $m \cdot n = 180{,}351$. Найдите значение выражения:

а) $m \cdot 100 \cdot n$; в) $0{,}01 \cdot m \cdot 10 \cdot n$.

б) $1000 \cdot m \cdot n$; г) $m \cdot n : 1000$.

193. Известно, что $x \cdot y = 6{,}35$, $x \cdot z = 4{,}35$. Найдите значение выражения:

а) $(y + z) \cdot x$; б) $(y - z) \cdot x$.

194. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $a : 23 = 11{,}6$; в) $(y + 0{,}4) : 8 = 0{,}4$;

б) $m : 0{,}16 = 240$; г) $(a - 0{,}5) : 9 = 0{,}6$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

195. Решите уравнение, используя законы умножения:

а) $0{,}2 \cdot x \cdot 50 = 36{,}27$; в) $0{,}05 \cdot n \cdot 0{,}2 = 4$;

б) $2{,}5 \cdot y \cdot 0{,}4 = 7{,}02$; г) $x \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}25 = 3{,}1$.

196. Длина дачного участка прямоугольной формы равна 50,4 м, а ширина — на 12,8 м меньше. Сколько стоит установка забора вокруг участка, если один погонный метр забора стоит 7,5 р., а установка одного метра — 1,2 р.?

197. Форма сарая — прямоугольный параллелепипед. Его ширина 5,5 м, длина — в 1,7 раза больше, а высота — на 6,05 м меньше длины. Сарай заполнен сеном так, что до потолка осталось 0,9 м. Какова масса сена, если масса 1 $м^3$ равна 0,7 ц?

198. Контейнер без крышки имеет форму куба с ребром 0,8 м. Сколько краски потребуется, чтобы покрасить контейнер снаружи и изнутри, если на покраску 1 $м^2$ расходуется 0,25 кг краски?

199. На одном грузовике 8 ящиков по 0,35 т каждый, а на другом — 4 ящика по 0,68 т каждый. На каком грузовике и на сколько тонн масса груза больше?

200. Товарный и пассажирский поезда движутся в противоположных направлениях, удаляясь друг от друга. Скорость товарного поезда 44,8 км/ч, а скорость пассажирского поезда на 32,6 км/ч больше. Какое расстояние будет между поездами через 1,2 ч, если они находятся на расстоянии 50,9 км?

201. Школьный автобус затрачивает на 10 км пути при движении по загородной трассе 1,8 л бензина, при движении по грунтовой дороге — 2,1 л, при движении по городу — 2,6 л. По пути к школе автобус проехал по грунтовой дороге 6,4 км, по трассе — 22,7 км, а затем по городу — 3,2 км. Сколько литров бензина затрачено на этот путь?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

202. Найдите часть от числа, выраженную десятичной дробью:

а) 0,3 от 8; в) 0,5 от 0,05;

б) 0,04 от 1,2; г) 0,001 от 700.

203. Найдите часть значения величины, выраженную десятичной дробью:

а) 0,2 от 5,4 т; в) 0,25 от 30 км^2;

б) 0,06 от 5 м; г) 0,1 от 12 л.

204. Выразите в минутах:

а) 0,2 ч; в) 0,5 ч;

б) 0,25 ч; г) 1,5 ч.

205. Что больше:

а) 0,8 от 0,15 или 0,15 от 0,8;

б) 0,5 от 1,2 или 0,12 от 0,5?

206. В журнале «Юный спасатель» 24 страницы. Володя прочитал 0,5 этого журнала. Сколько страниц прочитал Володя?

207. Фабрика выпустила 5520 м ткани трёх цветов: голубого, зелёного и чёрного. Ткань голубого цвета составляла 0,3 количества метров всей ткани, зелёного цвета — 0,5 количества метров остальной ткани. Сколько метров ткани чёрного цвета выпустила фабрика?

208. При размоле 3 т пшеницы мука составила 0,8 всей массы пшеницы, манной крупы получилось в 40 раз меньше, чем муки, а остальное — отруби. Сколько муки, манной крупы и отрубей получилось в отдельности?

209. В первый день ярмарки продали 0,6 всего привезённого картофеля, а во второй — 0,5 того количества, которое было продано в первый день. Какая часть привезённого картофеля была продана во второй день?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

210. Установите закономерность и продолжите последовательность чисел, записав ещё два числа: 0,4; 0,6; 1; 1,8; 3,4; 6,6; … .

211. Произведение двух чисел равно 3,14. Один из множителей умножили на 0,25, другой множитель — на 0,4. Найдите новое произведение.

212. Упростите выражение, применяя законы умножения:

а) $2 \cdot k \cdot 7$; в) $x \cdot 0{,}6y$;

б) $5 \cdot 5x$; г) $4a \cdot 7b \cdot 3$.

213. Упростите выражение, применяя законы умножения:

а) $7 \cdot x + 4 \cdot x$; в) $19a + 5a$;

б) $43x - 14x$; г) $9m + m$.

214. Решите уравнение, используя законы умножения и зависимость между компонентами действий:

а) $2x + x = 48$; б) $4m - m = 12$.

215. Найдите значение выражения:

а) $3\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{11} + \frac{3}{8} : \frac{7}{12}$;

б) $2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9} + \frac{55}{84} : \left(\frac{43}{63} - \frac{23}{36}\right)$.

216. В выходной день $\frac{3}{5}$ учащихся класса отправились на экскурсию, $\frac{3}{20}$ учащихся посетили выставку, а оставшиеся 9 человек готовились к конкурсу. Сколько всего учащихся в классе?

217. Мама старше дочки в $3\frac{1}{3}$ раза, а дочка младше мамы на 28 лет. Сколько лет маме и сколько лет дочке?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

218. Одно число равно 48, другое составляет 0,875 от первого, а третье — 0,4 от второго. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

219. Автомобиль в первый час прошёл $44\frac{1}{2}$ км, во второй час — $38\frac{1}{6}$ км, а в третий час — $40\frac{1}{3}$ км. Определите среднюю скорость автомобиля.

220. Катер, двигаясь против течения, прошёл 144 км за 6 ч, а по течению — 104 км за 4 ч. Найдите собственную скорость катера и скорость течения.

Проверь себя!

Вставьте пропущенные слова:

Чтобы умножить две десятичные дроби, нужно:

1. Не обращая внимание на запятую, выполнить умножение ... чисел.

2. В полученном произведении поставить запятую, отделив ею справа налево столько знаков, сколько их содержится в обоих множителях вместе ... .

221. Примените правило умножения десятичных дробей и выполните умножение:

а) $8{,}6 \cdot 2{,}5$; $1{,}08 \cdot 4{,}04$; $0{,}35 \cdot 0{,}0898$; $2{,}5 \cdot 18$; $32 \cdot 0{,}905$; $2{,}15 \cdot 940$;

б) $3{,}5 \cdot 0{,}28$; $0{,}65 \cdot 8{,}75$; $0{,}016 \cdot 0{,}249$; $4{,}5 \cdot 4$; $0{,}175 \cdot 24$; $730 \cdot 0{,}127$.

222. Найдите значение выражения:

а) $0{,}05^2 \cdot 6$; б) $12{,}3 \cdot 0{,}1^3$.

223. Найдите значение выражения:

а) $7{,}8 \cdot 2{,}03 + (2 - 0{,}63) \cdot 10{,}4$;

б) $21{,}18 + 13{,}2 \cdot (7{,}2 - 3{,}19) - 4{,}5^2$.

224. Выполните действия, используя законы умножения:

а) $0{,}5 \cdot 2{,}705 \cdot 0{,}2$; в) $(0{,}8 \cdot 40{,}7) \cdot 1{,}25$;

б) $0{,}25 \cdot (73{,}8 \cdot 4)$; г) $0{,}79 \cdot 4{,}13 + 4{,}13 \cdot 1{,}21$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

225. Решите уравнение, используя зависимость между компонентами действий и алгоритм:

а) $m : 3{,}4 = 9{,}06$; в) $(n + 0{,}15) : 0{,}5 = 0{,}8$;

б) $x : 0{,}12 - 5{,}6 = 5{,}6$; г) $20{,}2 - x : 4{,}05 = 7{,}7$.

226. Какое расстояние пробежит конькобежец за 0,5 мин со скоростью 12,3 м/с?

227. Какова площадь квадратной клумбы, если длина её стороны равна 2,25 м?

228. В тетради 48 листов размером 16,8 см × 20,5 см. Найдите площадь всех страниц тетради. Выразите её в квадратных метрах и округлите до десятых.

229. Масса одного кубического метра воздуха достигает 1,293 кг. Определите размеры одной из комнат вашей квартиры и найдите массу воздуха в ней. Ответ округлите до целых.

230. Сколько вёдер воды вмещает бак прямоугольной формы длиной 1,2 м, шириной 0,6 м и высотой 0,5 м, если ведро воды вмещает 10 л?

231. Автомобиль прошёл 4 ч со скоростью 56,8 км/ч и 3 ч со скоростью 72,9 км/ч. Какой путь прошёл автомобиль за всё время?

232. Коля играл в футбол 0,8 всего времени, проведённого во дворе, а остальное время катался на велосипеде. Сколько времени Коля катался на велосипеде, если он пробыл во дворе 1 ч 25 мин?

233. Лес посадили на участке площадью 200 га. Ели заняли 0,4 участка, а сосны — 0,375 участка. Какие деревья заняли большую площадь и на сколько?

234. Первая бригада прополола 0,3 поля, занятого свёклой. Вторая бригада 0,8 того, что прополола первая бригада. Оставшуюся часть прополола третья бригада. Какую часть поля прополола третья бригада?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

1. Сколько знаков после запятой могло быть во втором множителе, если в первом их было три, а в произведении этих двух множителей их оказалось пять?

2. Сколько знаков после запятой могло быть в каждом из двух множителей, если в произведении их оказалось четыре?

§ 7. Деление десятичной дроби на натуральное число

Многие задачи приводят к необходимости выполнить действие деления десятичной дроби на натуральное число. Например, из куска проволоки длиной 24,6 см сложили ломаную из шести равных звеньев. Какова длина одного звена?

Чтобы решить задачу, нужно 24,6 см разделить на 6. Для выполнения этого действия можно записать десятичную дробь в виде обыкновенной и выполнить деление:

$$24{,}6 : 6 = 24\frac{6}{10} : 6 = \left(24 + \frac{6}{10}\right) \cdot \frac{1}{6} =$$

$$= 24 \cdot \frac{1}{6} + \frac{6}{10} \cdot \frac{1}{6} = 4 + \frac{1}{10} = 4{,}1.$$

Значит, длина одного звена равна 4,1 см. Заметим, что тот же результат получим, если разделить целую часть 24 на 6, в частное поставить запятую и разделить дробную часть на шесть.

Вывод: чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, нужно:

1. Разделить целую часть десятичной дроби на это число.

2. В частное поставить запятую.

3. Продолжить деление как выполняют деление натуральных чисел.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Рассмотрим возможные случаи деления десятичной дроби на натуральное число.

Пример 1: 235,05 : 15.

1. Разделили целую часть.

2. Закончили деление целой части и в частное поставили запятую.

$$\begin{array}{r|l} 235,05 & 15 \\ \underline{15} & 15, \\ 85 & \\ \underline{75} & \\ 10 & \end{array}$$

3. Продолжаем делить как натуральные числа.

$$\begin{array}{r|l} 235,05 & 15 \\ \underline{15} & 15,67 \\ 85 & \\ \underline{75} & \\ 100 & \\ \underline{90} & \\ 105 & \\ \underline{105} & \\ 0 & \end{array}$$

Пример 2: 0,126 : 6.

1. Целая часть равна нулю, при делении нуля на 6 получаем нуль.

2. В частном поставим запятую.

3. Продолжаем делить как натуральные числа: «сносим» по одной цифре.

$$\begin{array}{r|l} 0,126 & 6 \\ \underline{0} & 0, \\ 01 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 0,126 & 6 \\ \underline{0} & 0,021 \\ 01 & \\ \underline{0} & \\ 12 & \\ \underline{12} & \\ 06 & \\ \underline{6} & \\ 0 & \end{array}$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Пример 3: а) 58,04 : 8; б) 5 : 8.

1. Разделили целую часть.
2. В частное поставили запятую.
3. Продолжаем делить как натуральные числа, при этом в делимом можно дописывать нули.

а)
$$\begin{array}{r|l} 58{,}040 & 8 \\ \underline{56} & 7{,}255 \\ 20 & \\ \underline{16} & \\ 44 & \\ \underline{40} & \\ 40 & \\ \underline{40} & \\ 0 & \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r|l} 5{,}0 & 8 \\ \underline{48} & 0{,}625 \\ 20 & \\ \underline{16} & \\ 40 & \\ \underline{40} & \\ 0 & \end{array}$$

235. Примените правило деления десятичной дроби на натуральное число и выполните деление:

а) 9,57 : 3; б) 761,28 : 8; в) 785,2 : 13; г) 0,882 : 9; д) 4,96 : 4; е) 57,68 : 28; ж) 709,32 : 23; з) 0,252 : 6.

236. Выберите верную запись деления десятичной дроби на натуральное число уголком:

$$\begin{array}{r|l} 32{,}4 & 2 \\ \underline{2} & 1{,}62 \\ 12 & \\ \underline{12} & \\ 4 & \\ \underline{4} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 32{,}4 & 2 \\ \underline{2} & 16{,}2 \\ 12 & \\ \underline{12} & \\ 4 & \\ \underline{4} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3{,}24 & 2 \\ \underline{2} & 16{,}2 \\ 12 & \\ \underline{12} & \\ 4 & \\ \underline{4} & \\ 0 & \end{array}$$

237. Поставьте в частном пропущенную запятую:

а) 8,6 : 4 = 215;
б) 357,91 : 7 = 5113;
в) 36,288 : 6 = 6048;
г) 0,288 : 6 = 48.

238. Зная, что 1463 : 7 = 209, вычислите:

а) 14,63 : 7;
б) 1,463 : 7;
в) 146,3 : 7;
г) 0,1463 : 7.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

239. Примените правило деления десятичной дроби на натуральное число и выполните деление:
а) 1 : 2; б) 3 : 8; в) 11 : 16; г) 123 : 20;
д) 2 : 5; е) 1 : 8; ж) 19 : 25; з) 7075 : 32.

Решите задачи:

240. На пошив восьми костюмов израсходовали 19,6 м ткани. Сколько нужно ткани, чтобы сшить 3 костюма?

241. Из 1,8 м проволоки надо изготовить каркасную модель куба. Найдите наибольшую возможную длину ребра куба.

242. Чему равна скорость течения реки, если скорость катера по течению равна 18,2 км/ч, а против течения — 13,7 км/ч?

243. На соревнованиях по художественной гимнастике спортсменка получила следующие оценки: 9,4; 9,6; 9,6; 9,7; 9,5. Каков средний балл за выступление?

244. Вычислите среднее арифметическое чисел:
а) 17,21 и 23,5; б) 54,8; 152,07 и 80,53.

245. Решите уравнения, используя зависимости между компонентами действий:
а) $18 \cdot (0{,}8 - x) = 3{,}6$; в) $4x + 3{,}2 = 6$;
б) $(6{,}7 - x) \cdot 8 = 6{,}4$; г) $9x - 4{,}6 = 6{,}2$.

246. Решите уравнения, используя зависимости между компонентами действий и законы арифметических действий:
а) $8x + 6{,}1 = 38{,}9$; в) $14x + 18x - 2{,}5 = 16{,}9$;
б) $x : 4 = 10{,}5 : 7$; г) $7{,}14x + 17{,}86x = 38$.

247. Найдите значение выражения:
а) $192{,}6 : 9 + 4{,}41 : 4 - 0{,}115 : 5$;
б) $(72{,}5 - 16{,}16) : 30 + 4{,}13$;
в) $3{,}103 - 24{,}8 : (1{,}8 + 6{,}2)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

248. Вычислите:

а) сумму произведения и частного чисел 1,05 и 105;

б) разность частного чисел 24,36 и 12 и квадрата числа 1,2;

в) сумму куба числа 0,5 и частного чисел 4 и 25.

249. Уменьшите в 12 раз число:

а) 3,6; б) 0,12; в) 0,6; г) 0,096.

250. Какую часть составляет:

а) 3 от 5; б) 0,4 от 2; в) 0,02 от 5?

Составьте уравнение и найдите неизвестное число.

251. Если некоторое число увеличить в 5 раз, а полученное произведение сложить с числом 4,9, то получится 17,35. Найдите это число.

252. Из числа вычли 1,373 и разность умножили на 12, после чего получили 0,084. Найдите это число.

253. Какое число нужно сложить с числом 2,16, чтобы получить число в 4 раза меньшее, чем 18,14?

254. Если задуманное число сложить с числом 1, умножить сумму на 2, произведение увеличить в 3 раза и вычесть из полученного результата 4, то получится 5. Какое число задумано?

255. Произведение двух чисел равно 15,45. Один множитель умножили на 5, а другой разделили на 2. Найдите новое произведение.

Решите задачи:

256. Масса сушёных яблок составляет $\frac{4}{25}$ массы свежих яблок. Сколько сушёных яблок получится из 2,5 т свежих яблок?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

257. В магазин привезли 112,2 кг фруктов. В первый день продали $\frac{3}{17}$ всех фруктов, а во второй — $\frac{1}{3}$ всех фруктов. Сколько килограммов фруктов осталось продать?

258. Электрифицировано 32,5 км железной дороги, что составляет $\frac{5}{7}$ дороги между двумя городами. Какова длина дороги между двумя городами?

259. Пограничный столб, врытый в землю на $\frac{2}{11}$ своей длины, возвышается над землёй на 1,98 м. Найдите всю длину столба.

260. Шестиклассники за три дня собрали 2,52 т макулатуры. В первый день они собрали $\frac{4}{9}$ всей макулатуры, а во второй — $\frac{4}{7}$ остатка. Сколько тонн макулатуры собрали в третий день?

261. Для изготовления качелей от стального троса длиной 15 м отрезали 10,5 м. Какую часть троса отрезали?

262. В 32 кг картофеля содержится 5,6 кг крахмала. Найдите, какую часть картофеля составляет крахмал.

263. Юра истратил $\frac{5}{14}$ денег, заработанных летом, на покупку смартфона и $\frac{3}{7}$ денег на покупку велосипеда. Сколько денег заработал Юра, если смартфон дешевле велосипеда на 120 р.?

264. Мороженое содержит 7 частей воды, 2 части молочного жира и 2 части сахара (по массе). Сколько потребуется молочного жира для приготовления 5,83 кг мороженого?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

265. Для компота взяли 6 частей яблок, 5 частей груш и 3 части слив. Оказалось, что груш и слив вместе взяли 3,2 кг. Сколько килограммов яблок взяли для компота? Сколько всего килограммов фруктов взяли для компота?

266. Бронза содержит 41 часть меди, 8 частей олова и 1 часть цинка. Сколько весит кусок бронзы, в котором цинка на 1,764 кг меньше, чем олова?

267. Площадь пола комнаты составляет 20,64 $м^2$. Найдите длину пола в этой комнате, если его ширина равна 3 м и пол имеет форму прямоугольника.

268. Денис купил 3 одинаковые ручки за 3,6 р., а Игорь — 5 одинаковых ручек за 6,5 р. Кто из них купил ручки по более низкой цене?

269. Одно из двух чисел в 6 раз меньше другого. Найдите эти числа, если их сумма равна 37,1.

270. Сумма двух чисел равна 22,5. Одно из них на 7,3 больше другого. Найдите эти числа.

271. Площадь первого поля в 6 раз меньше площади второго. Какова площадь каждого поля, если площадь второго на 34,5 га больше площади первого?

272. Среднее арифметическое двух чисел равно 6,8. Найдите эти числа, если одно из них на 1,2 больше другого.

273. С трёх полей собрали 29,6 т гречихи. С первого и третьего полей собрали гречихи поровну, а со второго — на 3,2 т больше, чем с третьего. Сколько гречихи собрали с каждого поля?

274. Выполните действия:

а) $6{,}734 + 27{,}8$; $15 + 9{,}49$; $26{,}3 - 0{,}83$; $30 - 3{,}333$;

б) $4{,}01 \cdot 10$; $0{,}004 \cdot 100$; $0{,}2 \cdot 1000$; $2{,}8 \cdot 5$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

275. Округлите дроби:
а) до сотых: 0,793; 1,234; 8,087; 7,418; 0,095;
б) до десятков: 453,2; 307,4; 615,5; 801,9.

276. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:
а) $(8{,}3 - x) - 0{,}02 = 3{,}4$;
б) $(x + 14{,}22) : 6 = 3{,}07$.

277. Назовите координаты точек, отмеченных на координатном луче:

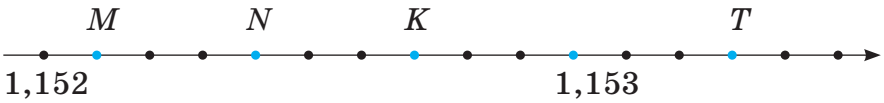


Рисунок 14

278. Из двух пунктов одновременно в одном направлении выехали автобус и легковая машина. Автобус едет со скоростью 70 км/ч, а машина — со скоростью 85 км/ч. Через сколько часов машина догонит автобус, если расстояние между пунктами 45 км?

279. При использовании привезённого на ферму корма для гусей и уток его хватит на 18 дней. При использовании корма только для гусей — на 45 дней. На сколько дней хватит корма, если его использовать только для уток?

280. Два велосипедиста выехали навстречу друг другу из двух посёлков, расстояние между которыми 84 км, и встретились через 3 ч. Какова скорость каждого из них, если скорость одного из них на 2 км/ч меньше?

281. За первые 3 ч поезд прошёл 134 км, за следующие 2 ч — 87 км и за следующие 4 ч — ещё 170,5 км. Какова средняя скорость поезда?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Проверь себя!

Вставьте пропущенные слова:

Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, нужно:

1. Разделить ... ... десятичной дроби на это число.
2. В ... поставить запятую.
3. Продолжить деление как выполняют деление натуральных чисел.

282. Примените правило деления десятичной дроби на натуральное число и выполните деление:

а) 8,76 : 4; 560,76 : 6; 817,44 : 16; 0,455 : 7;

б) 292,96 : 4; 73,44 : 24; 0,0581 : 7; 0,0988 : 13.

283. Примените правило деления десятичной дроби на натуральное число и выполните деление:

а) 4 : 5; 1 : 4; 23 : 40; 321 : 64;

б) 3 : 4; 5 : 8; 17 : 32.

284. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий и законы умножения:

а) $9x - 7{,}1 = 13{,}6$; б) $3{,}67x + 3{,}33x = 7{,}14$.

285. Найдите значение выражения:

а) 270,48 : 14 – 54,252 : 9 + 0,09 : 18;

б) 5,34 + (1852,59 : 37 – 23,024) · 3,5.

Решите задачи:

286. Молния идёт от облака к земле со скоростью 100 км/ч. Грозовое облако находится на высоте 2680 м. Сколько времени будет идти молния от облака до земли?

287. Какова длина окружности колеса велосипеда, если на пути 89,7 м оно сделало 39 оборотов?

288. Скорость катера по течению реки — 25,1 км/ч, а против течения — 19,7 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

289. За первую четверть Марина получила 8 отметок по математике: 7, 8, 7, 7, 9, 8, 9 и 8. Какую итоговую отметку за четверть она может получить, если она читает, что итоговая отметка будет равна среднему арифметическому всех отметок?

290. Яблоки в сухофруктах составляют 7 частей, груши — 3 части, а сливы — 5 частей веса сухофруктов. Сколько граммов яблок и слив в отдельности содержится в 2,4 кг сухофруктов?

291. При пайке изделий из жести применяют сплав, содержащий 2 части свинца и 5 частей олова. Сколько граммов свинца содержит кусок сплава, в котором олова на 0,48 кг больше, чем свинца?

292. Если неизвестное число умножить на 4 и из произведения вычесть 0,82, то получится 3. Найдите неизвестное число.

293. Если из задуманного числа вычесть 2,02, разность увеличить в 6 раз, то получится 1,2. Найдите задуманное число.

294. Если сумма двух чисел равна 46,2, а одно из них в 5 раз больше другого, то каковы эти числа?

295. Сумма двух чисел равна 35,1. Одно из чисел меньше другого на 11,3. Найдите эти числа.

296. Среднее арифметическое двух чисел равно 12,8. Найдите эти числа, если одно из них на 2,4 меньше другого.

Найдите значение выражения:

$$365 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 8. Деление на десятичную дробь

Для решения многих задач нужно выполнить действие деления на десятичную дробь. Например, за 1,4 кг яблок заплатили 2,24 р. Сколько стоит один килограмм яблок?

Чтобы решить задачу, нужно 2,24 разделить на 1,4. Для этого можно воспользоваться правилом:

Если делимое и делитель умножить на одно и то же число, не равное нулю, то частное не изменится.

Умножим числа 2,24 и 1,4 на 10, получим $2{,}24 \cdot 10 = 22{,}4$ и $1{,}4 \cdot 10 = 14$, тогда $2{,}24 : 1{,}4 = 22{,}4 : 14$. Действие деления $22{,}4 : 14$ выполним по правилу деления десятичной дроби на целое число:

$$\begin{array}{r|l} 22{,}4 & 14 \\ \underline{14} & 1{,}6 \\ 84 & \\ \underline{84} & \\ 0 & \end{array}$$

Значит, $2{,}24 : 1{,}4 = 1{,}6$.

Вывод: чтобы разделить число на десятичную дробь, нужно умножить делимое и делитель на 10, или на 100, или на 1000 и т. д. для того, чтобы в делителе получилось натуральное число. **Другими словами:** перенести запятую вправо в делимом и делителе на столько знаков, сколько цифр после запятой в делителе; тогда в делителе получим натуральное число. Выполним деление на это число.

Получим правило:

Чтобы разделить число на десятичную дробь, нужно:

1. Перенести запятую вправо в делимом и делителе на столько знаков, сколько цифр после запятой в делителе.

2. Выполнить деление на натуральное число.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Пример 1: 625,05 : 1,5.

1. После запятой в делителе (1,5) одна цифра, поэтому перенесём запятую в делимом и делителе вправо на одну цифру, получим:

$$625{,}05 : 1{,}5 = 6250{,}5 : 15.$$

2. Выполним деление на натуральное число:

$$\begin{array}{r|l} 6250{,}5 & 15 \\ \underline{60} & 416{,}7 \\ 25 & \\ \underline{15} & \\ 100 & \\ \underline{90} & \\ \mathbf{105} & \\ \underline{105} & \\ 0 & \end{array}$$

$$625{,}05 : 1{,}5 = 416{,}7.$$

Пример 2: 0,261 : 0,003.

После запятой в делителе (0,003) три цифры. Значит, переносим запятую в делимом и делителе вправо на три цифры и выполним деление на натуральное число:

$$0{,}261 : 0{,}003 = 261 : 3 = 87.$$

Пример 3: 0,5784 : 0,048 = 578,4 : 48.

$$\begin{array}{r|l} 578{,}4 & 48 \\ \underline{48} & 12{,}05 \\ 98 & \\ \underline{96} & \\ 240 & \\ \underline{240} & \\ 0 & \end{array}$$

$$0{,}5784 : 0{,}048 = 12{,}05.$$

297. Выберите верное равенство:

а) 25,2 : 0,4 = 25,2 : 4; 25,2 : 0,4 = 252 : 4;

б) 9,36 : 0,72 = 9,36 : 72; 9,36 : 0,72 = 936 : 72.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

298. Примените правило деления на десятичную дробь и проверьте, верно ли, что:

а) $2{,}3 : 0{,}1 = 23 : 1$; б) $6{,}457 : 0{,}01 = 6457 : 1$.

299. Примените правило деления на десятичную дробь и выполните деление:

а) $7{,}98 : 0{,}7$; б) $9{,}94 : 0{,}7$; в) $8{,}64 : 0{,}9$;
г) $0{,}234 : 1{,}44$; д) $0{,}555 : 1{,}5$; е) $70{,}3 : 0{,}019$;
ж) $274{,}34 : 6{,}38$; з) $35{,}91 : 3{,}78$; и) $128{,}65 : 4{,}15$.

300. Примените правило деления на десятичную дробь и выполните деление:

$6{,}45 : 0{,}1$; $7 : 0{,}1$; $2{,}427 : 0{,}01$; $21 : 0{,}01$.

Решите задачи:

301. Шаг Алексея 0,8 м. Сколько шагов ему надо пройти до школы, которая находится на расстоянии 300 м от дома?

302. Расстояние между Брестом и Пинском, равное 140 км, автомобиль преодолел за 1,75 ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля.

303. Булочка стоит 0,64 р. Сколько таких булочек можно купить на 3,2 р.?

304. Вычислите:

а) сумму числа 0,9857 и частного чисел 3,7629 и 3,7;

б) частное числа 12,865 и разности чисел 16 и 11,85.

305. Найдите значение выражения:

а) $(98{,}4 + 2{,}52 : 0{,}7) - 80 \cdot 0{,}4$;

б) $208{,}6 - 3{,}612 : (0{,}015 + 0{,}075 \cdot 5{,}4)$.

306. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $4{,}42 : (x + 1{,}1) = 1{,}7$;

б) $(y + 3{,}9) \cdot 6{,}2 = 50{,}22$;

в) $4{,}8 \cdot (a - 27{,}6) = 4{,}08$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

307. Решите уравнение, используя законы умножения и зависимости между компонентами действий:
а) $5{,}8k - 1{,}24 = 1{,}08$;
б) $3{,}5x + 1{,}9x = 44{,}82$.

308. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий и алгоритм решения уравнений: $67{,}2 : (32{,}8 - 2x) = 12$.

309. Если неизвестное число умножить на 0,36 и из произведения вычесть 2,6, то получится 1. Найдите неизвестное число.

310. Из какого числа надо вычесть 30,04, чтобы получить число в 1,5 раза большее, чем число 12,4?

311. Если из задуманного числа вычесть 0,6, затем к полученному результату прибавить 0,3 задуманного числа и ещё 8,38, то получится 20. Найдите задуманное число.

312. Если задуманное число увеличить в 3,5 раза, из результата вычесть 6,05 и разность разделить на 0,9, то получится 101. Найдите задуманное число.

Решите задачи:

313. Площадь прямоугольной игровой площадки равна 99,76 м^2. Найдите периметр этой площадки, если её ширина равна 8,6 м.

314. Сколько километров проедет мотоциклист с той же скоростью за 1,75 ч, если за 0,25 ч он проехал 16,8 км?

315. На покраску потолка кухни, длина которой 4,5 м, а ширина 3,6 м, израсходовали 1,701 кг краски. Сколько килограммов краски потребуется для потолка в прихожей, длина которой 4,8 м, а ширина 3,2 м? Ответ округлите до десятых.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

316. Найдите число, если известно, что его:
а) 0,3 равны 15; б) 0,04 равны 1,2.

317. Найдите значение величины, если известно, что её:
а) 0,2 равны 5,4 т; б) 0,12 равны 24 ч.

318. Какую часть составляет:
а) 1 от 5; в) 0,2 от 0,4;
б) 0,1 от 2; г) 0,02 от 0,5?

319. Как изменится частное, если в делимом перенести:
а) запятую на 2 знака влево, а в делителе — на 1 знак вправо;
б) запятую на 2 знака вправо, а в делителе — на 1 знак влево?

320. Произведение двух чисел равно 4,36. Один множитель умножили на 7,5, а другой разделили на 2,5. Найдите новое произведение.

321. Частное двух чисел равно 4,36. Делимое умножили на 7,5, а делитель разделили на 2,5. Найдите новое частное.

Решите задачи:

322. Бабушка сварила варенье, истратив 0,375 имевшегося сахара. Сколько сахара осталось, если на варенье израсходовали 2,4 кг?

323. Липовый цвет теряет при сушке 0,74 своей массы. Сколько надо собрать свежего цвета, чтобы получить 7,8 кг сушёного?

324. Альпинисты в первый день преодолели 0,24 намеченного пути, во второй день — 0,46 пути, а в третий — остальные 0,9 км. Сколько километров преодолели альпинисты за три дня?

325. От мотка провода отрезали 0,5, а потом ещё 0,2 остатка. После этого осталось 60 м провода. Сколько метров провода было в мотке?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

326. Школьники собирали в течение трёх дней лекарственную траву. В первый день было собрано 0,3 всего количества, а во второй — 0,55. Известно, что во второй день собрали на 2 кг больше, чем в первый. Сколько килограммов лекарственной травы собрали школьники за три дня?

327. Когда велосипедист проехал 0,35 всего пути, то до середины ему осталось проехать 6 км. Найдите длину пути.

328. Разность двух чисел равна 15,4. Найдите эти числа, если известно, что уменьшаемое в 3,2 раза больше вычитаемого.

329. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 350 дм, а ширина — в 2,5 раза меньше его длины.

330. Разность двух чисел равна 90. Одно число составляет 0,6 от другого числа. Найдите эти числа.

331. Среднее арифметическое двух чисел равно 8,125. Одно из них составляет 0,3 от другого. Найдите эти числа.

332. С трёх лугов собрали 87,36 ц сена. С первого луга собрали в 1,4 раза больше, а со второго — в 1,8 раза больше, чем с третьего. Сколько центнеров сена собрали с каждого луга?

333. На ярмарку фермер привёз 5 ящиков с грушами и 9 ящиков с яблоками. Масса ящика с яблоками равна 0,5 массы ящика с грушами. Найдите массу ящика с грушами и ящика с яблоками, если всего привезено 0,57 т фруктов.

334. Если к числителю прибавить 0,6 числителя, а из знаменателя вычесть 0,375 знаменателя, то дробь:

а) увеличится;

б) уменьшится;

в) не изменится?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

335. Выполните действия:

а) $9 - 3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3}$;

б) $\frac{55}{48} : \left(\frac{11}{16} + \frac{3}{32}\right) - \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}$.

336. Выразите в метрах и запишите десятичной дробью:
41 см; 3 м 7 см; 9 см; 25 дм; 8 дм 3 см.

337. Выразите в квадратных метрах: 0,2 га; 0,009 га; 0,05 а; 0,0007 км^2.

338. Представьте диаграммой сведения о численности диких животных, занесённых в Красную книгу Республики Беларусь. Данные округлите до сотен.

Годы	2005	2008	2009	2010	2011
Количество особей барсука	2176	2027	1781	1628	1501

339. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 133 км. Через сколько часов расстояние между ними будет 23 км, если их скорости 12 км/ч и 8 км/ч?

340. Работу по ремонту дома первая бригада может выполнить за 6 дней, вторая — за 9 дней. После нескольких дней совместной работы вторая бригада была переведена на новый объект, а первая завершила работу за 1 день. За сколько дней был отремонтирован дом?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Проверь себя!

Вставьте пропущенные слова:

Чтобы разделить число на десятичную дробь, нужно:

1. Перенести запятую вправо в делимом и делителе на столько знаков, сколько цифр после запятой в ... .

2. Выполнить деление на ... число.

341. Примените правило деления на десятичную дробь и выполните деление:

а) 5,34 : 0,6; 30,6 : 1,8; 98,6 : 0,034; 286,567 : 5,63;

б) 60,34 : 0,7; 8,99 : 0,031; 199,5 : 3,8; 7,5 : 0,0125.

342. Выполните деление:

а) 361 : 1,9; 2760 : 0,03; 90 : 0,45; 27 140 : 0,04;

б) 0,893 : 0,1; 0,002 : 0,01; 17 : 0,001; 1,553 : 0,01.

343. Найдите значение выражения:

а) $(16{,}2 : 2{,}7 + 2{,}28) \cdot 4{,}5 - 36{,}639$;

б) $3{,}99957 + (141{,}141 : 4{,}7 - 30{,}025) \cdot 0{,}43$.

344. Решите уравнение:

а) $7{,}03 : (x + 1{,}4) = 1{,}9$;

б) $7{,}2 \cdot (k - 3{,}6) = 19{,}44$;

в) $3{,}6x + 1{,}7x = 40{,}28$;

г) $11{,}6k - 2{,}48 = 2{,}16$.

345. Площадь школьного коридора 175,5 м^2. Найдите длину коридора, если его ширина равна 3,9 м.

346. Спортсмен пробегает стометровку за 12,5 с. Какова его скорость?

347. На покраску двух стен мастерской израсходовали 8,64 кг краски. Сколько килограммов краски пошло на каждую стену, если площадь одной из них на 8 м^2 больше площади другой, а на каждый квадратный метр нужно 0,24 кг краски?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

348. За учебный год Юра использовал 0,8 всех тетрадей. Сколько тетрадей было у Юры в начале года, если в конце года у него осталось 8 тетрадей?

349. На вторую машину погрузили картофеля в 1,4 раза больше, чем на первую, на третью — на 1,6 т больше, чем на первую. Сколько тонн картофеля погрузили на третью машину, если на все три машины погрузили 10,1 т?

350. Одна из сторон прямоугольника в 1,5 раза больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 200 см.

351. Во время уборки урожая в первый день израсходовали топлива в 1,8 раза больше, чем во второй день. После этого осталось 12,4 т топлива. Сколько тонн топлива израсходовано в первый день, если всего было 32 т топлива?

352. Среднее арифметическое двух чисел равно 17,25. Одно из них составляет 0,25 от другого. Найдите эти числа.

353. Найдите скорость легковой автомашины, если скорость грузовика на 27 км/ч меньше скорости легковой автомашины и составляет 0,7 скорости легковой автомашины.

Найдите натуральные числа a и b такие, чтобы выполнялось равенство: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{7}$.

§ 9. Конечные и бесконечные десятичные дроби

При решении задач мы использовали свойство: **с помощью обыкновенных дробей можно записать результат деления любых натуральных чисел.**

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Например, $5 : 4 = \frac{5}{4}$, $2 : 9 = \frac{2}{9}$. А также обратно: **любую обыкновенную дробь можно представить в виде частного:** $\frac{2}{3} = 2 : 3$, $\frac{6}{11} = 6 : 11$, $\frac{4}{5} = 4 : 5$.

Выполним деление числителя на знаменатель по правилу деления десятичных дробей:

$$\begin{array}{r|l} 2{,}0 & 3 \\ \hline 18 & 0{,}666\ldots \\ \hline 20 & \\ 18 & \\ \hline 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 6{,}0 & 11 \\ \hline 55 & 0{,}5454\ldots \\ \hline 50 & \\ 44 & \\ \hline 60 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4{,}0 & 5 \\ \hline 40 & 0{,}8 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Замечаем, что при делении числителя обыкновенной дроби на знаменатель в некоторых случаях деление «не заканчивается». Говорят, что в частном получается **бесконечная десятичная дробь.** Дроби 0,6666... и 0,5454... — бесконечные, а десятичная дробь 0,8 — конечная.

Как определить, конечная или бесконечная десятичная дробь получится при делении числителя обыкновенной дроби на знаменатель?

Ясно, что если обыкновенную дробь можно привести к знаменателю 10, или 100, или 1000 и т. д., то она запишется в виде конечной десятичной.

Например: $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10} = 0{,}8$;

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{375}{1000} = 0{,}375.$$

Дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{15}$ нельзя привести к знаменателю 10, или 100, или 1000 и т. д.

При делении числителя на знаменатель эти дроби обращаются в бесконечные десятичные дроби с повторяющейся группой цифр, которые образуют период.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Вывод: если знаменатель обыкновенной несократимой дроби содержит только степени числа «2» или «5» или произведение степеней этих чисел, то такую дробь можно записать в виде конечной десятичной дроби, в противном случае — при делении числителя на знаменатель получится бесконечная периодическая десятичная дробь.

Для записи обыкновенной несократимой дроби в виде десятичной дроби можно использовать алгоритм:

1. Разложить знаменатель дроби на простые множители.

2. Если в разложении есть только степени числа «2» или «5», или произведение степеней этих чисел, то уравнять количество множителей, умножив числитель и знаменатель дроби на недостающие множители: 2 или 5.

3. Вычислить произведения в числителе и знаменателе.

4. Записать полученную обыкновенную дробь в виде десятичной.

Пример: $\frac{7}{40} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{175}{1000} = 0{,}175.$

354. Из данных десятичных дробей: 0,3; 0,012; 0,33...; 0,1234; 0,1313...; 1,50505; 5,0505... выберите конечные десятичные дроби.

355. Выполните деление числителя на знаменатель и представьте обыкновенные дроби в виде конечных или бесконечных десятичных дробей:

а) $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{4}{5}; \frac{2}{15}; \frac{40}{9};$ б) $\frac{1}{4}; \frac{2}{11}; \frac{5}{2}; \frac{7}{9}; \frac{199}{90}.$

356. Назовите множители, на которые нужно умножить числитель и знаменатель дроби, чтобы записать её в виде десятичной:

а) $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 5}; \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}; \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2}; \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5};$

б) $\frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 5}; \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}; \frac{9}{5 \cdot 5 \cdot 5}; \frac{11}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5}.$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

357. Приведите обыкновенную дробь к одному из знаменателей 10, 100, 1000 и т. д. и запишите её в виде десятичной дроби: $\frac{3}{5}$; $\frac{11}{20}$; $\frac{29}{50}$; $\frac{17}{25}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{9}{25}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{17}{20}$.

358. Выберите из дробей $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{8}{25}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{6}$ те, которые нельзя представить в виде конечной десятичной дроби.

359. Запишите в виде бесконечной десятичной дроби:

а) $1\frac{1}{9}$; б) $3\frac{1}{6}$; в) $2\frac{1}{3}$; г) $7\frac{5}{11}$.

360. Выполните действие:

а) $\frac{2}{5} + 15$; б) $1\frac{1}{4} + 2{,}4$; в) $3\frac{1}{7} + 5{,}5$.

361. Преобразуйте обыкновенную дробь в десятичную дробь и выполните действие:

а) $\frac{3}{5} + 0{,}8$; б) $3{,}5 - 1\frac{3}{8}$; в) $4\frac{11}{16} - 2{,}729$.

362. Сравните дроби, приведя их к одному виду:

а) 0,45 и $\frac{9}{20}$; в) 1,85 и $1\frac{9}{40}$;

б) $\frac{13}{25}$ и 0,49; г) $2\frac{3}{50}$ и 2,08.

363. Решите уравнение:

а) $23\frac{17}{25} : (y - 1{,}9) = 3\frac{7}{10}$;

б) $5\frac{2}{5} \cdot (12{,}1 - x) = 4{,}05$.

364. Найдите число, зная, что его:

а) $\frac{3}{5}$ равны 1,5; б) 0,4 равны $\frac{2}{5}$.

365. Какую часть составляет:

а) $\frac{3}{8}$ от 1,25; б) 0,25 от $\frac{3}{8}$?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

366. Найдите собственную скорость катера и его скорость против течения реки, если скорость течения равна 2,8 км/ч, а скорость катера по течению — $15\frac{2}{3}$ км/ч.

367. Мороженое разложили в вазочки по 0,125 кг в каждую. Сколько потребовалось вазочек, если мороженого было 1,25 кг?

368. Стоимость комплекта учебников для учащихся 6-го класса составила 14,04 р., это $\frac{3}{175}$ бюджета семьи Никиты. Каков бюджет семьи?

369. В детский санаторий привезли апельсины, бананы и яблоки. Апельсины составляют $\frac{1}{3}$ всех фруктов, бананы — 0,4, а яблоки — остальные 20 кг. Сколько килограммов фруктов привезли в санаторий?

370. Запишите в виде обыкновенной дроби: 0,8; 0,05; 0,004; 0,0472; 0,6; 0,75.

371. Выполните действия:

75,3 + 0,847;	0,348 + 19,1;
0,94 – 0,438;	24 – 8,707;
0,23 · 10;	1,7 · 100;
437 · 6,2;	0,73 : 10.

Решите задачи, используя алгоритмы:

372. Сколько километров прошёл пешеход за второй час, если за два часа он прошёл 9 км, а за второй час — на 1,6 км больше, чем за первый?

373. Одно число в 2,5 раза больше другого, а их разность 225. Найдите эти числа.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

374. Масса кабачка составляет $\frac{1}{3}$ массы арбуза, а масса арбуза — $\frac{3}{2}$ массы дыни. Какова масса кабачка и дыни, если масса арбуза 6 кг? Какую часть масса кабачка составляет от массы дыни?

375. Стоимость $\frac{7}{10}$ тура составляет 70 р. Сколько стоит весь тур?

Проверь себя!

1. Если знаменатель обыкновенной ... дроби содержит в разложении только произведение чисел ... и ... ..., то такую дробь можно записать в виде ... десятичной дроби, в противном случае — при делении числителя на знаменатель получится ... ... десятичная дробь.

2. Для записи обыкновенной несократимой дроби в виде десятичной дроби можно использовать алгоритм:

1) разложить ... дроби на ... множители;

2) если в разложении есть только произведение чисел ... или ... ..., то ... количество ..., умножив числитель и знаменатель дроби на ... множители: ... или ...;

3) вычислить произведения в ... и ...;

4) записать полученную обыкновенную дробь в виде ... .

376. Выполните деление числителя дроби на её знаменатель $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{29}{25}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{39}{11}$.

377. Приведите обыкновенную дробь к одному из знаменателей 10, 100, 1000 и т. д. и представьте её в виде десятичной дроби: $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{19}{50}$; $\frac{2}{125}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

378. Выберите дроби, которые можно представить в виде конечных десятичных дробей: $\frac{1}{8}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{15}$.

379. Представьте в виде десятичной дроби числа:

а) $\frac{3}{5}$; $2\frac{3}{8}$; б) $\frac{9}{16}$; $3\frac{3}{125}$.

380. Найдите значение выражения:

а) $2\frac{1}{2} + 1{,}5$; б) $3{,}5 : 2\frac{1}{3}$.

381. Одно из двух слагаемых равно 64,5, что составляет 0,6 их суммы. Найдите второе слагаемое.

Лодка движется по реке против течения. В тот момент, когда она была под мостом A, с неё сбросили спасательный круг, а через 15 мин лодка развернулась и догнала спасательный круг под мостом B. Найдите скорость течения реки, если расстояние между мостами равно 1 км.

§ 10. Преобразования числовых выражений с обыкновенными и десятичными дробями

При выполнении совместных действий в числовых выражениях с обыкновенными и десятичными дробями можно преобразовать выражение и получить его значение несколькими способами. Рассмотрим примеры преобразований в некоторых часто встречающихся ситуациях.

Пример 1. Найдите значение выражения: $\frac{2{,}35}{0{,}05}$.

Первый способ. Мы знаем, что дробь можно заменить частным:

$$\frac{2{,}35}{0{,}05} = 2{,}35 : 0{,}05.$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

А теперь выполним деление по правилам деления на десятичную дробь:

$$2{,}35 : 0{,}05 = 235 : 5 = 47.$$

Второй способ. Воспользуемся основным свойством дроби и умножим числитель и знаменатель на разрядную единицу (перенесём запятую) так, чтобы в числителе и знаменателе получились целые числа. В примере $\frac{2{,}35}{0{,}05}$ перенесём запятую вправо на два знака, получим:

$$\frac{2{,}35}{0{,}05} = \frac{235}{5} = \frac{235:5}{5:5} = \frac{47}{1} = 47.$$

Пример 2. Найдите значение выражения: $2\frac{1}{4} \cdot 4{,}4$.

Первый способ. Запишем обыкновенную дробь в виде десятичной и выполним умножение по правилу умножения десятичных дробей:

$$2\frac{1}{4} \cdot 4{,}4 = 2{,}25 \cdot 4{,}4 = 9{,}9.$$

Второй способ. Применим правило умножения и сокращения обыкновенных дробей:

$$2\frac{1}{4} \cdot 4{,}4 = \frac{9}{4} \cdot 4{,}4 = \frac{9 \cdot 4{,}4 : 4}{4:4} = \frac{9 \cdot 1{,}1}{1} = 9{,}9.$$

Третий способ. Запишем десятичную дробь в виде обыкновенной и выполним умножение по правилу умножения обыкновенных дробей:

$$2\frac{1}{4} \cdot 4{,}4 = 2\frac{1}{4} \cdot 4\frac{4}{10} = \frac{9}{4} \cdot 4\frac{2}{5} = \frac{9 \cdot 22 : 2}{4 \cdot 5 : 2} = \frac{99}{10} = 9{,}9.$$

Пример 3. Найдите значение выражения: $2\frac{1}{3} + 5{,}2$.

Для выполнения действия нужно второе слагаемое представить в виде обыкновенной дроби, так как

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

первое обращается в бесконечную десятичную дробь, а правилами действия с бесконечными дробями мы воспользоваться не можем. Эти правила изучаются в старших классах.

Получим:

$$2\frac{1}{3} + 5{,}2 = 2\frac{1}{3} + 5\frac{2}{10} = 2\frac{1\cdot 5}{3\cdot 5} + 5\frac{1\cdot 3}{5\cdot 3} = 7\frac{8}{15}.$$

Пример 4. Найдите значение выражения: $2\frac{1}{2} + 5{,}2 - 1\frac{3}{4}$.

Первый способ. Запишем обыкновенные дроби в виде десятичных, так как они легко представимы десятичными дробями:

$$2\frac{1}{2} + 5{,}2 - 1\frac{3}{4} = 2{,}5 + 5{,}2 - 1{,}75 = 5{,}95.$$

Второй способ. Запишем десятичные дроби в виде обыкновенных и выполним действия с обыкновенными дробями:

$$2\frac{1}{2} + 5{,}2 - 1\frac{3}{4} = 2\frac{1\cdot 10}{2\cdot 10} + 5\frac{1\cdot 4}{5\cdot 4} - 1\frac{3\cdot 5}{4\cdot 5} =$$

$$= 5 + \frac{20+10+4-15}{20} = 5\frac{19}{20} = 5{,}95.$$

Рассмотрим выражения, содержащие несколько действий.

Пример 5. Найдите значение выражения: $\dfrac{0{,}6\cdot 2\frac{1}{3}}{4{,}75+1\frac{1}{4}}$.

Первый способ. Выполним последовательно действия, записывая их результаты цепочкой:

$$\frac{0{,}6\cdot 2\frac{1}{3}}{4{,}75+1\frac{1}{4}} = \frac{0{,}6\cdot 2\frac{1}{3}}{4{,}75+1{,}25} = \frac{0{,}6\cdot\frac{7}{3}}{6} = \frac{0{,}1\cdot\frac{7}{3}}{1} = \frac{1}{10}\cdot\frac{7}{3} = \frac{7}{30}.$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Второй способ. Запишем дробь в виде частного и выполним вычисления по действиям:

$$\frac{0{,}6 \cdot 2\frac{1}{3}}{4{,}75 + 1\frac{1}{4}} = \left(0{,}6 \cdot 2\frac{1}{3}\right) : \left(4{,}75 + 1\frac{1}{4}\right).$$

1) $0{,}6 \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{6}{10} \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{5}$;

2) $4{,}75 + 1\frac{1}{4} = 4{,}75 + 1{,}25 = 6$;

3) $\frac{7}{5} : 6 = \frac{7}{5} : 6 = \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{30}$.

Вывод: при вычислениях значений выражений нужно предварительно выполнить анализ компонентов действий и определить возможность выполнения действий по тому или другому правилу, а затем выбрать наиболее удобный способ вычисления.

382. Замените дробь частным и выполните деление по правилу деления на десятичную дробь:

а) $\frac{1{,}8}{1{,}2}$; $\frac{2{,}25}{1{,}5}$; $\frac{1{,}05}{1{,}5}$; б) $\frac{6{,}4}{1{,}6}$; $\frac{0{,}25}{6{,}25}$; $\frac{0{,}8}{0{,}05}$.

383. Выполните сокращение и найдите значение выражения:

а) $\frac{3{,}6}{0{,}4}$; $\frac{0{,}48}{0{,}8}$; $\frac{2{,}4}{0{,}016}$; б) $\frac{1{,}2}{0{,}15}$; $\frac{1{,}48}{2{,}4}$; $\frac{0{,}72}{0{,}018}$.

384. Выполните анализ компонентов действий и выберите наиболее удобный способ вычисления:

а) $\frac{3}{5} + 0{,}8$; $2{,}5 - 1\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5} \cdot 3{,}5$;

б) $0{,}9 + \frac{5}{9}$; $4{,}5 - \frac{5}{8}$; $5{,}6 : 1\frac{1}{13}$.

385. Какое из двух чисел больше:

а) $9\frac{8}{25}$ или $9{,}825$; б) $24{,}45$ или $24\frac{4}{5}$?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

386. Перенесите запятые в соответствующих множителях числителя и знаменателя, выполните сокращение и найдите значение выражения:

а) $\frac{0,8 \cdot 7,5}{0,4 \cdot 2,5}$;

в) $\frac{7,2 \cdot 0,58}{0,29 \cdot 0,24}$;

б) $\frac{2,7 \cdot 0,48}{0,12 \cdot 0,9}$;

г) $\frac{6}{0,1}$.

387. Сравните значения выражений:

а) $\frac{4 \cdot 15}{6 + 15}$ и $\frac{5 \cdot 0,3}{0,9}$;

б) $\frac{0,3 + 12}{4,5 \cdot 0,9}$ и $\frac{0,06 \cdot 2,5}{0,7 - 0,67}$.

388. Установите порядок действий и выполните действия с дробями:

а) $1,03 \cdot (42,144 : 0,3 - 112,08) + 1,261$;

б) $26 \cdot 90,8 + 61,098 : (13,01 - 1,8 \cdot 3,9)$;

в) $90,7 \cdot 19 - 40,994 : (8,91 - 2,9 \cdot 1,7)$;

г) $\frac{28,4 \cdot 2,5 - 1,34}{108 : 1,5 + 6,3 : 0,28}$.

389. Решите уравнение, используя законы арифметических действий:

а) $5,37x + 4,63x = 34,3$;

б) $8,52x - 3,52x = 2,5$.

390. Выполните анализ компонентов действий и найдите значение выражения:

а) $\left(3\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}\right) : \frac{7}{12} + 8,5$;

б) $\left(1\frac{1}{3} : \frac{2}{3} - 0,12 : \frac{1}{2}\right) \cdot 0,5$;

в) $\left(16,2 - 1\frac{14}{15}\right) : \left(1\frac{5}{7} + 3\frac{8}{21}\right)$;

г) $6\frac{3}{4} + 6\frac{1}{4}\left(2,0625 \cdot \frac{4}{25} + 6,72 : 6,4\right)$.

391. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий и алгоритм:

а) $(x + 1,7) - 6,02 = 10,4$;

б) $80,6 - (x + 1,26) = 63,4$;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

в) $(39{,}38 - x) : 9 = 4{,}02$;
г) $5{,}04 : (104{,}2 - x) = 1{,}2$.

392. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий и алгоритм:
а) $67{,}2 : (32{,}8 - 2x) = 12$;
б) $86{,}4 : (35{,}5 - 7x) = 16$.

Решите задачи:

393. Из 4,8 м лески Саша потратил 0,35 м лески на ремонт своей удочки, а $\frac{2}{5}$ м лески передал другу. Сколько метров лески осталось у Саши?

394. Школа получила по заказу 9 планшетов, что составило 0,125 всего заказа. Сколько ещё планшетов должна получить школа?

395. В заводскую столовую доставили 0,96 т овощей. В первый день израсходовали 0,35 т всех овощей, а во второй — на $\frac{1}{16}$ т больше. Сколько тонн овощей осталось?

396. Чтобы успеть на тренировку, Тане надо приготовить уроки за 1 ч 45 мин. На математику она затратила $\frac{1}{3}$ всего времени, на белорусский язык — 0,2 всего времени, а 49 мин она учила историю. Успела ли Таня на тренировку?

397. Школьники посадили в парке деревья: 24 дуба, а также липы, берёзы и каштаны. Число лип составляет 0,75 числа дубов, число берёз — $\frac{20}{21}$ общего числа дубов и лип вместе, а число каштанов — 0,625 числа берёз. Сколько всего деревьев разных пород посадили школьники в парке?

398. Брат и сестра собрали вместе 10,2 кг грибов. Брат собрал на 1,52 кг больше, чем сестра.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Сколько килограммов грибов собрали они в отдельности?

399. В двух строительных бригадах 88 человек. В первой бригаде в 1,75 раза меньше людей, чем во второй. Сколько человек в каждой бригаде?

400. Сумма двух чисел 7,2, причём $\frac{5}{7}$ большего числа равна меньшему числу. Найдите эти числа.

401. Среднее арифметическое трёх чисел равно 12. Найдите эти числа, если первое число в 2,5 раза больше второго, а второе — в $1\frac{1}{2}$ раза больше третьего.

402. В трёх книгах 680 страниц. Число страниц во второй книге составляет 0,6 числа страниц в первой, а число страниц в третьей книге — $\frac{2}{3}$ числа страниц в первой. Сколько страниц в каждой книге?

403. Расставьте скобки в левой части так, чтобы равенство стало верным:

а) $59 - 38{,}5 + 1{,}5 = 19$;

б) $1{,}5 \cdot 0{,}5 - 0{,}1 : 0{,}2 = 0$.

404. Примените правило умножения числа на разрядную единицу и выполните умножение:

$0{,}42 \cdot 100$; $0{,}3 \cdot 100$; $0{,}009 \cdot 100$.

$6{,}5 \cdot 100$; $5{,}02 \cdot 100$;

405. Примените правило деления числа на разрядную единицу и выполните деление: 8,2 : 100; 35,2 : 100; 9 : 100; 0,7 : 100; 46 : 100.

406. Приведите дроби к знаменателю 60 и выразите в минутах: $\frac{1}{6}$ ч; $\frac{5}{12}$ ч; $\frac{7}{10}$ ч; $\frac{3}{5}$ ч.

407. Приведите дроби к знаменателю 100:

а) $\frac{1}{2}$; $\frac{11}{25}$; $\frac{43}{50}$; б) $\frac{2}{5}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{3}{4}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Решите задачи:

408. Один велосипедист может проехать расстояние между агрогородками за 1,6 ч, а другой — за 2,5 ч. Однажды велосипедисты одновременно отправились навстречу друг другу. Через сколько времени они встретились? (Ответ округлите до 0,1 ч.)

409. На соревнованиях один спортсмен плывёт со скоростью 1,75 м/с, а другой — со скоростью 1,5 м/с. Через сколько секунд после старта первый пловец обгонит второго на 7 м?

Проверь себя!

В каких случаях не всегда можно получить результат действия в виде конечной десятичной дроби, переходя от обыкновенных дробей к десятичным:

а) при сложении десятичных дробей;

б) при сложении обыкновенных и десятичных дробей;

в) при вычитании десятичных дробей;

г) при вычитании обыкновенных и десятичных дробей?

410. Замените дробь частным и выполните деление по правилу деления на десятичную дробь:

а) $\frac{2,1}{0,3}$; $\frac{0,56}{0,7}$; $\frac{0,6}{0,015}$; б) $\frac{4,2}{0,7}$; $\frac{0,45}{0,9}$; $\frac{0,9}{0,015}$.

411. Перенесите запятую в числителе и знаменателе дроби, выполните сокращение и найдите значение выражения: $\frac{8,4}{2,4}$; $\frac{0,75}{1,5}$; $\frac{7,2}{0,24}$; $\frac{7,5}{2,5}$; $\frac{1,44}{1,2}$; $\frac{9,6}{0,012}$.

412. Перенесите запятые в соответствующих множителях числителя и знаменателя, выполните сокращение и найдите значение выражения:

а) $\frac{1,6 \cdot 33}{4 \cdot 1,1}$; б) $\frac{3,2 \cdot 18}{0,6 \cdot 16}$; в) $\frac{0,75 \cdot 12 \cdot 0,055}{0,02 \cdot 2,5 \cdot 0,099}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

413. Выполните анализ компонентов действий и выберите наиболее удобный способ вычисления: $1\frac{2}{5} + 0{,}52$; $\frac{4}{7} - 0{,}4$; $2{,}5 : 1\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{15} + 1{,}15$; $4\frac{11}{16} - 2{,}729$; $1\frac{2}{7} \cdot 3{,}5$.

414. Выполните действия:

а) $1{,}02 \cdot (3{,}785 + 1{,}217 : 0{,}2) - 0{,}6434$;

б) $0{,}296 + 0{,}105 \cdot (19{,}526 : 3{,}25 - 1{,}208)$.

415. Выполните анализ компонентов действий и найдите значение числового выражения:

а) $2\frac{1}{7} \cdot \left(2\frac{1}{3} + 2\frac{2}{15}\right) - 8{,}8$;

б) $\left(2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} - 0{,}12 \cdot \frac{1}{2}\right) : 0{,}4$;

в) $\left(4\frac{5}{12} + 1{,}75\right) : \left(6\frac{2}{15} - 1{,}2\right)$;

г) $12\frac{13}{20} - \left(3\frac{3}{4} : 3 + 86{,}45 : 24{,}7\right) \cdot 2\frac{2}{5}$.

416. Решите уравнение:

а) $(39{,}4 - x) + 2{,}004 = 27{,}03$;

б) $(y - 0{,}18) \cdot 0{,}2 = 3$;

в) $7{,}03 : (x + 1{,}4) = 1{,}9$;

г) $7{,}3x - 2{,}4 = 107{,}1$.

417. В кроссе принимали участие 45 школьников, что составило 0,6 всех шестиклассников школы. Сколько шестиклассников не участвовало в кроссе?

418. Найдите произведение трёх чисел, если первое равно $\frac{6}{7}$, второе составляет $\frac{7}{18}$ от первого, а третье — 0,2 от суммы первого и второго.

Убедитесь, используя информацию из других источников, что 1 миля = 1,60934 км. Выразите в километрах: 15,6 мили; 234,004 мили; 0,136 мили.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Выразите в милях: 2,3 км; 0,7 км; 4,05 км. Для вычисления можно округлить число 1,60934 до десятых.

§ 11. Тест для самопроверки

После изучения этой главы я должен:

1. Уметь выполнять сравнение десятичных дробей.
2. Уметь округлять десятичные дроби.
3. Уметь записывать обыкновенные дроби в виде десятичных дробей и десятичные дроби в виде обыкновенных.
4. Уметь выполнять действия сложения и вычитания десятичных дробей.
5. Уметь выполнять действия умножения и деления десятичных дробей.
6. Уметь выполнять умножение и деление десятичной дроби на разрядную единицу:

а) 10; 100; 1000 и т. д.;

б) 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.

7. Уметь применять законы арифметических действий для упрощения вычислений с десятичными дробями.
8. Выполнять преобразования числовых выражений с обыкновенными и десятичными дробями.
9. Решать задачи с использованием десятичных дробей.

Тест

1. В каком случае сравнение чисел выполнено неверно:

а) $0,9 > 0,899$; в) $2,08 > 2,2$;

б) $6,05 < 6,1$; г) $3,6 < 3,601$?

Выберите правильный ответ.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Число 436,173 округлили: 1) до десятых; 2) до десятков. Выберите правильный ответ:

а) 436,1; б) 44; в) 440; г) 436,2.

3. Какие из следующих чисел:

а) 0,6; в) 1,5; д) $\frac{3}{2}$;

б) $\frac{1}{20}$; г) 0,05; е) $\frac{3}{5}$ равны?

4. Какие из двух результатов действий:

а) $3{,}5601 : 100$ и $3{,}5601 \cdot 0{,}1$;

б) $3{,}5601 : 0{,}01$ и $3{,}5601 \cdot 0{,}1$;

в) $3{,}5601 : 0{,}001$ и $3{,}5601 \cdot 100$;

г) $3{,}5601 : 0{,}001$ и $3{,}5601 \cdot 1000$ равны?

5. Найдите значение выражения:

$1{,}5 : 0{,}003 - 1{,}2 \cdot 0{,}005$.

Выберите правильный ответ:

а) 496,6; в) 499,96;

б) 4,994; г) 499,994.

6. Найдите дробное число с наименьшим знаменателем дробной части, заключённое между числом 12 и значением выражения $(12\frac{2}{3} + 0{,}7 - 12{,}7) : 0{,}05$.

Выберите правильный ответ:

а) $12\frac{2}{3}$; б) $13\frac{2}{3}$; в) 12,5; г) $13\frac{1}{3}$.

7. Какие из следующих дробей можно представить в виде конечной десятичной дроби:

а) $\frac{2}{75}$; б) $\frac{3}{75}$; в) $\frac{8}{235}$; г) $\frac{12}{36}$?

8. Два бассейна в спортивном комплексе имеют общий объём 1005,46 м^3. Объём большего бассейна на 275,22 м^3 больше объёма меньшего. Каков объём меньшего бассейна:

а) 365,22 м^3; в) 365,12 м^3;

б) 365,02 м^3; г) 365,32 м^3?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

9. В первый день выставку робототехники посетили 2145 человек, что составило 0,2 посетителей второго дня и 0,3 посетителей третьего дня. Сколько всего было посетителей на выставке, продолжавшейся три дня:

а) 17 875; в) 20 020;

б) 7150; г) 10 725?

§ 12. Математика вокруг нас

1. Глубина реки 5,78 м. Свая для строительства моста забита на глубину 2,1 м. Она возвышается над поверхностью воды на 5,41 м. Какова высота сваи?

2. Площадь национального парка «Нарочанский» 87 000 га, парка «Браславские озёра» на 22 506,7 га меньше. Какова площадь «Браславских озёр»?

3. Из Бреста и Минска навстречу друг другу одновременно отправились две маршрутки. Скорость первой — 85,7 км/ч, а вторая проезжает за 1 ч на 4,58 км больше, чем первая. Какое расстояние будет между маршрутками через 2,5 ч, если расстояние от Бреста до Минска 348,1 км?

4. В сквере засеяли газонной травой участок земли. На каждый квадратный метр земли требуется 2,8 г семян по цене 8,25 р. за 1 кг. Сколько стоит засев 1,02 га земли, если стоимость работ составит 0,4 от стоимости семян?

5. В 100 г чёрной смородины содержится примерно 250 мг витамина С. Суточная доза витамина С для взрослого человека составляет 70 мг. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,025 г витамина С в каждой. Какое наименьшее число упаковок витаминов нужно купить на зиму (декабрь, январь, февраль) семье из трёх человек, заготовившей 5 кг чёрной смородины, если не учитывать другие источники витамина С?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2 ГЛАВА ПРОЦЕНТЫ И ПРОПОРЦИИ

§ 1. Проценты

На сколько процентов понизились цены на товары и услуги? Каков процент по кредиту, предоставляемого в банке? Сколько процентов посевных полей использовано для выращивания пшеницы? Эти и многие другие вопросы из повседневной жизни связаны с понятием процента. Выясним, что называется процентом и как используется это понятие для решения практических задач.

Для решения задач о переводе одной единицы измерения величины в другую часто приходится выполнять действие деления на 100 или умножения на $\frac{1}{100}$.

Например: сколько метров составляют 5 см? Сколько центнеров составляют 15 кг?

Решение:

$5\text{ см} = 5 : 100 = 5 \cdot \frac{1}{100} = \frac{5}{100} = 0{,}05\text{ (м)};$

$15\text{ кг} = 15 : 100 = 15 \cdot \frac{1}{100} = \frac{15}{100} = 0{,}15\text{ (ц)}.$

Дробь $\frac{1}{100}$ называется один **процент**. Обозначается: $\mathbf{\frac{1}{100} = 1\ \%}$.

Число процентов можно записать в виде дроби:

$2\ \% = \frac{2}{100}$; $43\ \% = \frac{43}{100}$; $6\ \% = \frac{6}{100} = 0{,}06$;

$159\ \% = \frac{159}{100} = 1{,}59$; $234\ \% = \frac{234}{100} = 2{,}34$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Чтобы записать число процентов в виде дроби, нужно число процентов разделить на 100:

$$35\ \% = 35 : 100 = 0{,}35;$$

$$33\frac{1}{3}\ \% = 33\frac{1}{3} : 100 = \frac{100}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{3};$$

$$p\ \% = \frac{p}{100}.$$

Обратно, **всякую дробь можно записать в виде числа процентов. Для этого нужно дробь умножить на 100 %:**

$$0{,}04 \cdot 100\ \% = 4\ \%;$$

$$2{,}56 \cdot 100\ \% = 256\ \%;$$

$$\frac{4}{5} \cdot 100\ \% = 80\ \%;\quad \frac{m}{k} \cdot 100\ \%.$$

Всякую дробь со знаменателем 100 можно записать в виде числа процентов, записав только её числитель.

$$\frac{3}{100} = 3\ \%;\ \frac{16}{100} = 16\ \%;\ \frac{59}{100} = 59\ \%;\ \frac{123}{100} = 123\ \%;$$

$$\frac{a}{100} = a\ \%.$$

Вывод:

$$p\ \% = \frac{p}{100} \qquad \frac{m}{n} = \frac{m}{n} \cdot 100\ \% \qquad \frac{a}{100} = a\ \%$$

Известно, что некоторые из дробей имеют своё название: половина — это $\frac{1}{2}$, четверть — $\frac{1}{4}$ и т. д. Для числа часто встречающихся процентов можно также использовать следующие названия:

$$\mathbf{50\ \% = \frac{1}{2}\ (половина);\ 25\ \% = \frac{1}{4}\ (четверть);}$$

$$\mathbf{100\ \% = 1\ (одно\ целое).}$$

Задача 1. **В 6-м классе 24 учащихся. Из них 50 % составляют девочки, а 25 % всех учащихся отмечают день рождения летом. Сколько девочек**

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

в классе и сколько учащихся отмечают день рождения летом?

Решение: так как **50 %** — **это половина**, а **25 %** — **это четверть**, то в классе **12** девочек и **6** учащихся отмечают день рождения летом.

Задача 2. В один из дней сентября в школу на уроки пришли 249 учащихся, что составило 100 % всех учащихся. Сколько всего учащихся в этой школе?

Решение: так как **100 % = 1**, т. е. **всё** число, значит, всего учащихся в этой школе 249.

1. Верно ли записано число процентов в виде обыкновенной дроби:

а) $7\ \% = \frac{7}{10}$; в) $18\ \% = \frac{18}{1000}$;

б) $9\ \% = \frac{9}{100}$; г) $105\ \% = \frac{105}{100}$?

2. Укажите верное равенство:

а) 4 % = 0,4; 4 % = 0,04; 4 % = 0,004; 4% = 4,0;

б) 45 % = 4,5; 45 % = 0,45; 45 % = 45,0;

в) 0,3 % = 0,03; 0,3 % = 30; 0,3 % = 0,003;

г) 100 % = 100; 100 % = 10; 100 % = 1.

3. Для каждого пункта из левого столбца таблицы укажите соответствующий пункт в правом столбце:

а) 25 % шестиклассников; б) 20 % шестиклассников; в) 100 % шестиклассников; г) 50 % шестиклассников; д) 10 % шестиклассников	1) половина шестиклассников; 2) десятая часть шестиклассников; 3) четверть шестиклассников; 4) все шестиклассники; 5) пятая часть шестиклассников

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

4. Примените правило и представьте число процентов в виде десятичных дробей: 12 %; 6 %; 130 %; 0,7 %; 104 %; 900 %; 1,5 %; 0,02 %.

5. Примените правило и выразите в процентах десятичные дроби: 0,12; 0,03; 5; 2,4; 0,025; 12,5.

6. Приведите дроби к знаменателю 100 и запишите в виде числа процентов:

а) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{9}{25}$; $\frac{17}{20}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{11}{50}$; $\frac{3}{4}$;

б) $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{25}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{29}{50}$; $\frac{11}{20}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{1}{2}$.

7. Примените правило и выразите в процентах обыкновенные дроби:

а) $\frac{1}{3}$; в) $2\frac{2}{3}$; д) $\frac{4}{15}$;

б) $\frac{2}{7}$; г) $4\frac{5}{9}$; е) $3\frac{9}{30}$.

8. В школьный лагерь отдыха на зимних каникулах было реализовано 25 бесплатных путёвок, что составило 100 % всех путёвок. Сколько всего бесплатных путёвок было выделено в школьный лагерь?

9. В школьном саду 400 деревьев. Яблони составляют 50 % всех деревьев. Сколько яблонь в школьном саду?

10. Найдите часть от числа:

а) 0,2 от 6; б) 0,08 от 5; в) 0,5 от 40.

11. Какую часть составляет:

а) число 4 от числа 5;

б) число 0,4 от числа 5?

12. Найдите число, если известно, что 0,6 этого числа равно 30.

13. Из 480 р. премии $\frac{3}{8}$ потрачено на подарки. Сколько денег осталось?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

14. Масса изюма составляет $\frac{2}{9}$ массы фруктовой смеси. Сколько граммов фруктовой смеси куплено, если в ней оказалось 180 г изюма?

Проверь себя!

Назовите пропущеные слова:

1. Чтобы записать число процентов в виде дроби, нужно число процентов ... на 100.

2. Чтобы дробь записать в виде числа процентов, нужно дробь ... на 100 %.

3. Дробь со знаменателем ... можно записать в виде числа процентов, записав только её ... .

15. Верно ли записано число процентов в виде десятичной дроби:

а) 6 % = 0,06; в) 72 % = 7,2;

б) 13 % = 0,013; г) 125 % = 1,25?

16. Укажите неверное равенство:

$50\ \% = \frac{1}{2}$; $10\ \% = \frac{1}{100}$; $\frac{1}{4} = 25\ \%$; $75\ \% = \frac{3}{4}$.

17. Примените правило и представьте число процентов в виде десятичных дробей: 15 %; 2 %; 125 %; 0,3 %; 202 %; 400 %; 0,08 %; 2,6 %.

18. Примените правило и выразите в процентах десятичные дроби: 0,11; 0,02; 3; 0,2; 1,4; 0,045; 25,5; 0,777; 6,06.

Решите задачи:

19. На тренировку в бассейн пришли 18 ребят, что составило 100 %. Сколько всего ребят тренируется в бассейне?

20. В сборнике фэнтези три повести. Первая занимает 60 страниц, что составляет 50 % всей книги. Сколько всего страниц в книге?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Мастер должен в ванной уложить плиткой пол, имеющий форму прямоугольника размерами 2,6 м × 3,2 м, с помощью квадратных плиток со стороной 20 см.

а) Постройте план, в котором 1 см на плане представляет 20 см в реальности.

б) Ответьте, сколько нужно плиток, чтобы покрыть весь пол.

в) Плитки продаются в ящиках по 30 штук. Сколько потребуется ящиков?

г) Цена одного ящика 41,6 р. Какова стоимость всех необходимых ящиков?

§ 2. Основные задачи на проценты

Для решения задач на проценты нужно понимать, что 1 % — это сотая часть числа, а несколько процентов — несколько сотых частей числа, т. е. проценты — это дроби. Значит, чтобы решать задачи на проценты, нужно уметь решать задачи на дроби.

Задача 1. В парке 120 деревьев, 15 % из них — ели. Сколько елей в парке?

Решение:

Первый способ. Запишем число процентов в виде дроби:

$$15\ \% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}.$$

Тогда задача сводится к задаче нахождения части (дроби) от числа:

$$120 \cdot \frac{15}{100} = 120 \cdot \frac{3}{20} = \frac{120 \cdot 3}{20} = 18 \text{ (елей)}.$$

Ответ: 18 елей в парке.

Получили первый способ решения задачи: записать процент в виде дроби и найти эту часть (дробь) от данного числа.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Второй способ. В данной задаче, чтобы найти 15 % от 120, можно записать решение в виде:

$$\frac{120}{100\ \%} \cdot 15\ \% = 18 \text{ (елей)}.$$

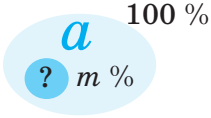
Действием деления узнаём, сколько деревьев приходится на 1 %, а затем умножаем на число процентов.

Получили правило нахождения процента от числа:

Чтобы найти процент от числа, нужно это число разделить на 100 и умножить на число процентов:

1) нахождение процента (m) от числа (a):

$$b = \frac{a}{100} \cdot m\ \%;$$



Задача 2. Из всех участников шахматного турнира 40 % имеют первый разряд. Сколько всего участников турнира, если перворазрядников — 10?

Решение:

Первый способ. Запишем число процентов в виде дроби:

$$40\ \% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}.$$

Тогда задача свелась к задаче по нахождению числа по его части:

$$10 : \frac{2}{5} = 10 \cdot \frac{5}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25 \text{ (участников)}.$$

Ответ: 25 участников турнира.

Второй способ. Чтобы найти число всех участников турнира по проценту перворазрядников (40 %) и числу перворазрядников (10 человек), можно записать решение в виде: $\frac{10}{40\ \%} \cdot 100\ \% = 25$ (участников турнира). Действием деления находим, сколько участников приходится на 1 %, а затем умножаем на 100 %.

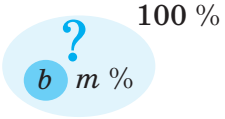
Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Получили правило нахождения числа по его проценту.

Чтобы найти всё число по его проценту, нужно данное число разделить на число соответствующих ему процентов и умножить на сто.

2) нахождение числа (a) по его проценту (m):

$$a = \frac{b}{m\ \%} \cdot 100\ \%.$$



Задача 3. **На итоговом уроке по теме «Проценты» учащиеся 18 мин повторяли основные алгоритмы и правила, а остальное время выполняли самостоятельную работу. Сколько процентов урока заняло повторение?**

Решение: применим правило нахождения дробного отношения двух чисел, т. е. найдём, какую часть одно число составляет от другого числа:

$$18 : 45 = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$$ (урока заняло повторение).

Полученную дробь запишем в виде числа процентов:

$$\frac{2}{5} \cdot 100\ \% \text{ или } \frac{18}{45} \cdot 100\ \% = 40\ \%.$$

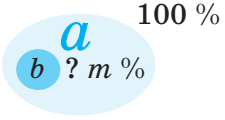
Ответ: 40 %.

Получили правило нахождения процентного отношения чисел.

Чтобы найти, сколько процентов одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно первое число разделить на второе и умножить на 100 %.

3) нахождение процентного отношения чисел (какой процент одно число (b) составляет от другого (a)):

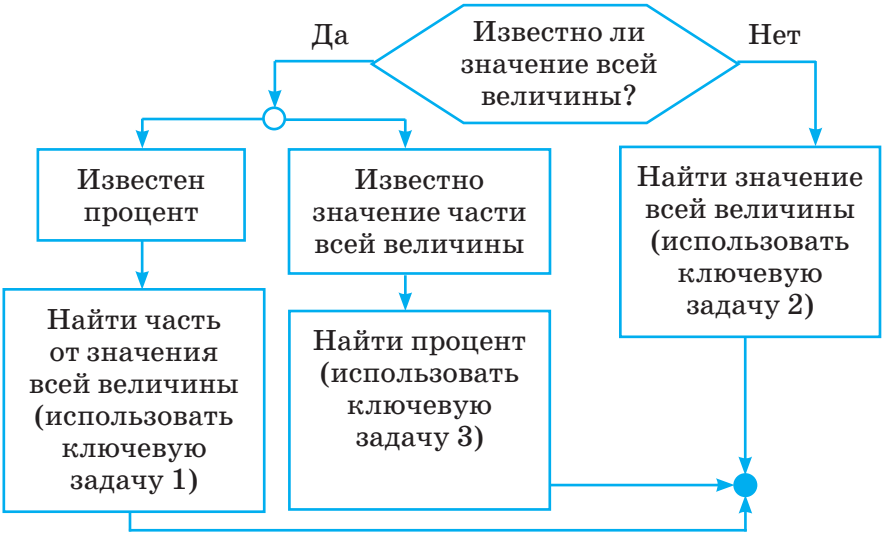
$$m\ \% = \frac{b}{a} \cdot 100\ \%.$$



Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Так же как и при решении задач на дроби, при решении задач на проценты используют рассмотренные три ключевые задачи.

Чтобы отнести задачу к одному из трёх видов, можно воспользоваться алгоритмом:


Известно ли значение всей величины?
Да
Нет
Известен процент
Известно значение части всей величины
Найти значение всей величины (использовать ключевую задачу 2)
Найти часть от значения всей величины (использовать ключевую задачу 1)
Найти процент (использовать ключевую задачу 3)

Задача 4. **В спортивном лагере тренируются 200 спортсменов. Из них 40 % занимаются лёгкой атлетикой. Сколько в лагере легкоатлетов?**

Решение: по алгоритму: вся величина — это число **всех** спортсменов в лагере — 200. Это число известно (идём по стрелке «Да»). Далее: известен процент — 40 %. Значит, используем ключевую задачу 1.

$\frac{200}{100} \cdot 40 = \frac{200 \cdot 40}{100} = 80$ (спортсменов-легкоатлетов).

Ответ: 80 спортсменов-легкоатлетов.

Задача 5. **За два дня туристы преодолели 80 % всего маршрута. Сколько километров составляет весь маршрут, если за два дня они прошли 40 км?**

Решение: по алгоритму: вся величина — это длина всего маршрута, она **неизвестна**. Значит, идём

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

по стрелке «Нет» и используем ключевую задачу 2.

$\frac{40}{80} \cdot 100 = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50$ (км составляет весь маршрут).

Ответ: 50 км.

Задача 6. В картинной галерее представлено 256 картин. Из них 64 — портреты. Какой процент всех картин галереи составляют портреты?

Решение: по алгоритму: вся величина — это число **всех** картин в галерее — 256. Это число известно, значит, идём по стрелке «Да». Далее, известно значение части числа всех картин — 64. Значит, используем ключевую задачу 3.

$\frac{64}{256} \cdot 100\ \% = \frac{1}{4} \cdot 100\ \% = 25\ \%$ всех картин составляют портреты.

Ответ: 25 %.

21. Какое правило нужно применить, чтобы найти:
а) 20 % от числа 80;
б) 3,2 % от числа 6;
в) 135 % от числа 13,5?

22. Какое правило нужно применить, чтобы найти число, если известно, что:
а) 20 % его равны 80;
б) 135 % его равны 13,5?

23. Примените правило нахождения процента от числа и найдите:
а) 20 % от числа: 80; 5; 0,4;
б) 10 % от числа: 7; 0,9; 120;
в) 150 % от числа: 60; 4; 200;
г) 240 % от числа: 8; 100; 0,3.

24. Примените правило нахождения процента от числа и найдите:
а) 40 % от 200 р.;
б) 60 % от 4 км;
в) 25 % от 8 ч;
г) 2 % от 80 т.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

25. Укажите верные записи при нахождении 18 % от числа 160:

а) $160 \cdot 0{,}18$; в) $\frac{160}{100} \cdot 18$;

б) $\frac{160}{18} \cdot 100$; г) $160 : 0{,}18$.

26. В семенах сои содержится 20 % масла. Сколько килограммов масла содержится в 420 кг семян сои?

27. В избирательном округе 24 000 избирателей. В голосовании приняло участие 85 % всех избирателей. Сколько человек голосовало?

28. Примените правило нахождения числа по его проценту и найдите число, если известно, что:
а) 30 % его равны: 24; 600;
б) 120 % его равны: 24; 0,6.

29. Примените правило нахождения числа по его проценту и найдите число, если:
а) 8 % его равны: 100 л; 2,4 т; 64 км^2; 0,4 ч;
б) 25 % его равны: 8 кг; 0,5 га; 10 мин.

30. Укажите неверные записи при нахождении числа по его проценту, если известно, что его 12 % равны 60:

а) $\frac{60}{12} \cdot 100$; б) $\frac{60}{100} \cdot 12$; в) $60 : 0{,}12$.

31. Сколько мест в зрительном зале, если 90 зрителей заполнили 18 % мест?

32. Примените правило нахождения процентного отношения чисел для ответа на вопрос, сколько процентов одно число составляет от другого:
а) 1 от 5; в) 36 от 600;
б) 12 от 25; г) 4 от 9.

33. Используйте правило нахождения процентного отношения чисел, чтобы найти, сколько процентов одно значение величины составляет от другого:
а) 3 см от 4 дм; в) 12 мин от 2 ч;
б) 3 м от 8 см; г) 2 ч от 12 мин.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

34. Используйте ключевую задачу и найдите процентное отношение следующих чисел:
а) 1 и 8; в) 0,3 и 10; д) 0,5 и 0,05;
б) 4 и 25; г) 12 и 5; е) 1 и 0,1.

35. Продолжительность урока 45 мин. На самостоятельную работу ушло 27 мин. Сколько процентов времени ушло на самостоятельную работу?

36. Сравните:
а) 30 % от 50 г и 50 % от 30 г;
б) 55 % от 200 м и 45 % от 2 км.

37. Примените правило нахождения процента от числа и найдите:
а) 200 % от числа: 5; 50;
б) 300 % от числа: 8; 24.
Сделайте вывод.

38. Больше половины составляют: 85 %; 28 %; 52 %; 40 %?

39. Найдите удобным (рациональным) способом:
а) 25 % числа: 8; 36; 0,4; 0,016;
б) 50 % числа: 4; 0,18; 50; 0,006.

40. Используйте связь между числом процентов и его записью в виде дроби и найдите число, если:
а) его 25 % равны: 15; 200; 0,008;
б) его 50 % равны: 24; 100; 0,09;
в) его 20 % равны: 18; 0,2; 0,01.

41. Что больше: 38 % от 65 или 215 % от 12?

42. Что меньше: 52 % от 85 или 225 % от 18?

43. Какое из чисел и на сколько больше: число, 5 % которого составляют 15, или число, 8 % которого составляют 16?

44. Найдите 32 % числа, если 65 % его составляют 325.

45. Найдите число, 20 % которого составляют 50 % от 400.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

46. Среди всех лодок на пристани парусные лодки составляют 35 %, остальные — моторные. Сколько процентов всех лодок составляют моторные лодки?

47. У фермера 45 % всех посевных площадей занято зерновыми культурами, 32,5 % всех площадей занято картофелем, а остальные заняты кормовыми травами. Сколько процентов всех площадей занято кормовыми травами?

Решите задачи, используя алгоритм выбора типа задачи:

48. Никелевая руда содержит 1,3 % никеля. Сколько тонн этой руды надо переработать, чтобы добыть 21,45 т никеля?

49. Из 160 посеянных семян взошло 144. Какой процент семян дал всходы?

50. На тренировке в тире Петя в 85 % случаев попал в цель. Сколько промахов у Пети, если всего он произвёл 60 выстрелов?

51. Построено 82 % газопровода. Сколько километров газопровода осталось построить, если его проектная длина — 204,5 км?

52. Экскурсионный автобус проехал в первый день 480 км, что составило 15 % длины всего маршрута. Сколько километров осталось проехать?

53. Из всех посаженных в парке деревьев принялось 38, что составило 95 % посаженных деревьев. Сколько деревьев не принялось?

54. Число мальчиков в секции лёгкой атлетики составляет 48 % от числа девочек. Сколько девочек в секции лёгкой атлетики, если мальчиков 12? Сколько процентов составляют девочки от числа мальчиков?

55. Грушевые деревья составляют 35 % всех деревьев сада, остальные 130 деревьев — яблони. Сколько грушевых деревьев в саду?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

56. От ленты отрезали 40 % её длины. Какова была длина всей ленты, если осталось 60 м?

57. За неделю продано 62,5 % поставленных магазину телевизоров, после чего осталось 72 телевизора. Сколько телевизоров получено магазином?

58. Длина прямоугольника равна 40 см, а ширина составляет 80 % длины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

59. В классе 20 учащихся. В школьной олимпиаде по математике участвовали 30 % учащихся, по истории — 45 %, а остальные участвовали в олимпиаде по химии. Сколько было участников олимпиады по химии?

60. Сумма трёх чисел равна 680. Первое число составляет 15 % суммы, второе — 45 %. Найдите третье число.

61. Книга, купленная Машей, стоит 25 % имевшихся у неё денег, журнал — 12 % оставшихся денег. Сколько денег осталось у Маши после покупки книги и журнала, если у неё было 40 р.?

62. За три часа автомобиль проехал 240 км. За первый час — 45 % всего пути, а за второй — 75 % того, что проехал за первый час. Сколько километров проехал автомобиль за третий час?

63. Первое число равно 48 и составляет 15 % второго числа. Третье число составляет 65 % второго. Найдите второе и третье числа.

64. На покупку спортивной формы истратили 62,5 % от 960 р., а на спортивный инвентарь — 40 % стоимости спортивной формы. Сколько денег осталось?

65. На школьной ярмарке в первый день продали 40 % всех тетрадей, во второй — 25 %, а в третий день — остальные 1400 тетрадей. Сколько тетрадей продано в первый день?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

66. Экологи подсчитали, что в настоящее время в моря и океаны ежегодно попадает около 11 млн тонн пластиковых отходов, к 2040 году эта цифра возрастёт до 30 млн тонн в год, если оставить всё как есть. На сколько процентов увеличится тогда количество тонн пластиковых отходов в океане?

67. Для школьного кабинета информатики приобрели компьютеры, сканер и компьютерный стол. Стоимость компьютеров составила 75 % стоимости всей покупки, а стоимость сканера — 30 % стоимости компьютеров. Компьютерный стол стоил 160 р. Сколько стоила вся покупка?

68. Весь книжный фонд библиотеки разместили следующим образом: 55 % расположили на стеллажах, 60 % остатка — в шкафах, а оставшиеся книги — в хранилище. Сколько процентов всех книг оказалось в хранилище?

69. В первый день выпуска новой газеты было раскуплено 25 % тиража, причём 64 % тиража продано утром этого дня. Сколько процентов всего тиража продано утром?

70. Детская литература составляет 80 % продукции издательства, 60 % из них — книги для дошкольников, причём 50 % книг для дошкольников составляют сказки. Какой процент всей продукции составляют сказки?

71. В первую неделю Маша прочитала 40 % страниц книги, за вторую неделю — 60 % оставшихся страниц книги, а за третью неделю — остальные 72 страницы книги. Сколько всего страниц в книге?

72. Три фирмы изготовили некоторое число приборов для лаборатории. Первая фирма изготовила 30 % всех приборов, вторая — 60 % остатка, а третья — остальные 84 прибора. Сколько всего приборов изготовили фирмы?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

73. В настоящее время население Земли составляет свыше 7,3 млрд человек. По прогнозам ООН, к 2050 году оно может достигнуть 9,7 млрд, а к 2100 году предположительно превысит 11 млрд. На сколько процентов увеличится тогда население Земли в эти годы по сравнению с настоящим временем?

74. Спонсоры купили для школы видеокамеру. Один из них оплатил 36 % её стоимости, а второй — остальную сумму, причём первый заплатил на 630 р. меньше, чем второй. Сколько стоила видеокамера?

75. Чёрные лебеди составляют 30 % общего числа белых и чёрных лебедей, живущих в заповеднике. Сколько чёрных лебедей живёт в заповеднике, если число белых лебедей на 12 больше числа чёрных?

76. Сумма числа и его пятнадцати процентов равна 23. Найдите это число.

77. Найдите число, если разность этого числа и его 82 % равны 891,18.

78. Стоимость коробки для упаковки игрушки составляет 5 % стоимости игрушки. Упакованная игрушка стоит 63 р. Найдите стоимость игрушки.

79. Установите порядок действий и выполните действия с десятичными дробями:
$3{,}42 : 0{,}57 \cdot (9{,}5 - 1{,}1) : ((4{,}8 - 1{,}6) \cdot (3{,}1 + 0{,}05))$.

80. Выполните анализ компонентов действий, установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

а) $8\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} : \left(2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{3}{7}$;

б) $\left(5\frac{5}{6} : 4 + 7 : 5\frac{1}{11}\right) : \frac{7}{9} - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

81. Примените правило выражения обыкновенных дробей в процентах для следующих чисел:

а) $\frac{3}{4}$; в) $1\frac{9}{25}$; д) $\frac{5}{7}$;

б) $\frac{7}{20}$; г) $\frac{2}{3}$; е) $2\frac{1}{9}$.

82. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $(x - 0{,}25) + 3\frac{1}{12} = 7\frac{1}{3}$;

б) $4\frac{4}{9}x + 1 = 2\frac{17}{18}$.

83. Сколько тонн свёклы собрано с каждого поля, если с двух полей собрано 239,76 т свёклы, а с первого поля — в 1,7 раза больше, чем со второго?

84. В первый день на ярмарке продали в 1,3 раза овощей меньше, чем во второй. Сколько тонн овощей продали в первый день, если во второй день продали на 71,1 т больше, чем в первый?

85. Найдите два числа, если одно из них на 3,6 меньше другого, а среднее арифметическое двух этих чисел равно 9.

86. Ширина прямоугольного участка на 8,2 м меньше его длины. Найдите длину и ширину участка, если длина забора вокруг него равна 82,4 м.

87. В трёх сосудах 32 л сока. Объём сока во втором сосуде составляет 35 % объёма сока в первом сосуде, а объём сока в третьем сосуде составляет $\frac{5}{7}$ объёма сока во втором сосуде. Сколько литров сока в каждом сосуде?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Чтобы найти процент от числа, нужно это число ... на 100 и ... на число процентов.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Чтобы найти число по его проценту, нужно это число ... на число процентов и ... на 100.

3. Чтобы найти, сколько процентов одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно ... число разделить на ... и умножить на 100 %.

88. Примените правило нахождения процента от числа и найдите:
а) 5 % от числа: 300; 6; 25;
б) 75 % от числа: 20; 400; 0,2;
в) 120 % от числа: 80; 2; 100;
г) 0,9 % от числа: 7; 60; 0,4.

89. Примените правило нахождения числа по его проценту и найдите число, если известно, что:
а) его 20 % равны: 16; 8,4;
б) его 45 % равны: 9; 180;
в) его 110 % равны: 44; 5,5;
г) его 1,5 % равны: 120; 2,25.

90. Примените правило нахождения процентного отношения чисел и найдите, сколько процентов составляет число:
а) 2 от 5; б) 16 от 25; в) 7 от 3.

91. Найдите процентное отношение:
а) 5 мин и 1 ч; в) 1 т и 6 ц;
б) 20 м и 3 км; г) 2 а и 1 га.

92. Найдите удобным (рациональным) способом:
а) 25 % числа: 12; 60; 0,16;
б) число, если его 50 % равны: 10; 0,6; 250.

93. Из свежих слив получается 35 % сушёных. Сколько получится сушёных слив из 600 кг свежих?

94. В классе отсутствовали 3 человека, что составило 10 % всех учащихся класса. Сколько учащихся в классе? Составьте аналогичную задачу на один из дней текущей четверти для вашего класса.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

95. На птицефабрике дневной рацион индейки — 300 г корма, в том числе зерна — 105 г. Сколько процентов составляет зерно от дневного рациона индейки?

96. На приготовление варенья израсходовали 75 % собранных слив. Сколько килограммов слив осталось, если их собрано 24 кг?

97. Средняя скорость движения легковой машины по трассе 96 км/ч, что составляет 12 % скорости самолёта. Какова скорость самолёта? Сколько процентов составляет скорость самолёта от скорости легковой машины?

98. За учебный год Аня израсходовала 40 % купленных на год тетрадей, и у неё осталось 30 тетрадей. Сколько тетрадей было у Ани в начале года?

99. В классе 24 учащихся. Из них 25 % занимаются плаванием, 37,5 % — лёгкой атлетикой, а остальные — волейболом. Сколько учащихся занимаются волейболом? Составьте аналогичную задачу для вашего класса.

100. Турист запланировал пройти 64 км. В первый день он прошёл 25 % всего пути, во второй — 50 % оставшегося пути. Какой путь ему осталось пройти?

101. На лодочной станции 150 лодок, из которых трёхместных — 14 %. Число трёхместных лодок составляет 87,5 % числа пятиместных лодок, остальные — четырёхместные. Сколько четырёхместных лодок на станции?

102. Гречневая крупа содержит 11 % белков, 64 % углеводов, остальное приходится на другие вещества. На сколько килограммов в крупе, купленной для школьного кафе, больше углеводов, чем белков, если других веществ в ней оказалось 2,8 кг?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

103. Найдите число, если сумма этого числа и его 56 % равны 1092.

Мастер должен уложить плиткой пол ванной комнаты, имеющий форму прямоугольника размером 2,6 м × 3,2 м, с помощью квадратных плиток со стороной 20 см. Для укладки плиток нужен клей, который продаётся в пакетах по 5 кг. Одного пакета хватает на 2 м^2 укладки плитки. Каждый пакет стоит 15,75 р. Вычислите расходы на клей, необходимый для укладки плитки.

§ 3. Пропорция и её свойства

Чтобы узнать, во сколько раз одно число больше другого, выполняют деление большего числа на меньшее.

Например: в шестых классах гимназии учатся 120 человек, а в десятых — 40. Во сколько раз шестиклассников больше?

Полученное при решении задачи частное 120 : 40 можно записать в виде дроби $\frac{120}{40}$. Дробь получается и при вычислении дробного отношения двух чисел. Таким образом, результат деления двух чисел a и b можно прочитать:

$a : b$ — частное чисел a и b;

$\frac{a}{b}$ — дробь с числителем a и знаменателем b;

$\frac{a}{b}$ — дробное отношение чисел a и b (кратко: **отношение чисел a и b или отношение a к b**).

Отношение чисел используется не только для определения, какую часть одно число составляет от другого, но и для решения различных задач.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Задача. **За 1,2 кг яблок заплатили 1,56 р. Сколько стоит 2 кг яблок?**

Решение:

Чтобы найти цену 1 кг яблок, нужно разделить стоимость всех купленных яблок на массу яблок, т. е. найти отношение 1,56 р. к 1,2 кг. Если стоимость двух килограммов яблок обозначить через x, то цена 1 кг яблок будет также равна $x : 2 = \frac{x}{2}$ (р.). Можно записать равенство отношений: $\frac{1{,}56}{1{,}2} = \frac{x}{2}$ (р.).

Такое равенство называется пропорцией.

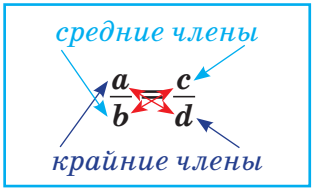
Верное равенство двух отношений называется пропорцией.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **есть пропорция.** Она может быть прочитана так: отношение a к b равно отношению c к d или так: a **относится** к b так же, как c **относится** к d.

Пропорция может быть записана в виде:

$$a : b = c : d.$$

Числа a, b, c, d называются членами пропорции: a и d — крайние члены пропорции, b и c — средние члены пропорции.



Например, в пропорции $\frac{2}{5} = \frac{x}{3}$ числа 2 и 3 — это крайние члены пропорции, 5 и x — это средние члены пропорции. Рассмотрим пропорцию $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$. Найдём произведение её крайних членов: $2 \cdot 25 = 50$ и

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

произведение её средних членов: $5 \cdot 10 = 50$. Эти произведения равны.

Основное свойство пропорции

Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов пропорции. Можно использовать такую запись:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Докажем это свойство.

1. Запишем пропорцию в виде: $a : b = c : d$.

2. По правилу нахождения неизвестного делимого a запишем:

$$a = (c : d) \cdot b, \text{ или } a = \frac{c}{d} b, \text{ или } a = \frac{c \cdot b}{d}.$$

3. Запишем последнее равенство в виде:

$$a = (c \cdot b) : d.$$

4. По правилу нахождения неизвестного делимого $c \cdot b$ запишем:

$$c \cdot b = a \cdot d.$$

Доказательство закончено.

Из равенства двух произведений можно составить пропорцию.

Например, $3 \cdot 4 = 2 \cdot 6 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$;

$x \cdot 7 = 2{,}1 \cdot 9 \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{2{,}1}{7}$.

Средние и крайние члены пропорции можно менять местами.

Из одной пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ получаются следующие пропорции: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$; $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$. Члены пропорции могут быть как известными числами, так и

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

неизвестными переменными величинами. С помощью основного свойства пропорции можно находить её неизвестные члены. Вернёмся к первой задаче. В пропорции $\frac{1{,}56}{1{,}2} = \frac{x}{2}$ нужно найти x — средний член пропорции. Запишем основное свойство пропорции: $x \cdot 1{,}2 = 1{,}56 \cdot 2$. Получим уравнение, которое решим, разделив произведение в его правой части на известный множитель: $x = \frac{1{,}56 \cdot 2}{1{,}2} = \frac{15{,}6}{6} = 2{,}6$.

Ответ задачи: 2 кг яблок стоят 2,6 р.

Если требуется найти неизвестный член пропорции, то говорят, что нужно решить пропорцию. Например, решите пропорцию: $\frac{3}{x} = \frac{1{,}2}{0{,}6}$.

Решение:

$$\frac{3}{x} = \frac{1{,}2}{0{,}6} \Rightarrow x \cdot 1{,}2 = 3 \cdot 0{,}6 \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 0{,}6}{1{,}2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1{,}5.$$

104. Какое из выражений можно назвать отношением: $7 \cdot 3$; $7 - 3$; $7 : 3$; $7 + 3$; 7,3?

105. Запишите отношение, которое показывает: во сколько раз число 5 больше числа 2; какую часть число 3 составляет от числа 7.

106. Прочитайте выражение разными способами:

а) $6 : 3$; б) $3 : \frac{2}{3}$; в) $\frac{0{,}5}{0{,}125}$.

107. Запишите отношение данных чисел. Примените основное свойство частного (дроби) и замените полученное отношение равным отношением взаимно простых чисел: 5 и 20; 20 и 5; 7,2 и 1,8; 4 и $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$ и $\frac{9}{20}$; $1\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{14}$.

108. Запишите отношение значений величин и замените его равным отношением: 21 дм к 5 см; 16 м^2 к 0,8 га; 0,36 т к 2,4 ц; 1,2 кг к 2 т.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

109. Проверьте, равны ли отношения:

$\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{12}$; $\frac{4}{9}$ и $\frac{8}{27}$; 15 : 5 и 0,6 : 0,2.

110. Из чисел 8; 9; 24; 45; 1,5; 0,3; 0,2; 0,1 составьте отношение, равное:

а) 5; в) $\frac{1}{3}$; д) 1,5;

б) 2; г) 90; е) 0,0125.

111. Найдите $\frac{b}{a}$, если известно, что $\frac{a}{b}$ равно:

а) $\frac{3}{8}$; б) $\frac{15}{7}$; в) 0,125; г) 1,5.

112. Миша из 20 бросков мяча в корзину имел 8 попаданий, а Лёша из 32 бросков — 10 попаданий. Чей результат попаданий лучше?

113. Какие из данных равенств не являются пропорциями:

а) 2,4 : 0,4 = 4 + 2; в) 0,3 · 20 = 2,4 : 0,4;

б) 2,4 : 0,4 = 18 : 3; г) 2 · 4 = 0,5 · 8?

114. Запишите пропорцию и проверьте, вычислив отношения, верно ли она составлена:

а) отношение 8 к 0,8 равно отношению 30 к 3;

б) 0,25 так относится к 0,5, как 0,3 относится к 6;

в) частное чисел $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$ равно частному чисел 6 и 8;

г) число 3 во столько раз больше числа 2, во сколько раз число 6 больше числа 4;

д) число 20 составляет от числа 50 такую часть, какую 6 составляет от 15.

115. Прочитайте пропорцию разными способами. Назовите крайние и средние члены пропорции:

а) 12 : 3 = 20 : 5; в) $\frac{4}{3} = \frac{20}{15}$;

б) 6,3 : 0,9 = 2,8 : 0,4; г) $\frac{1}{2} = \frac{0,5}{1}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

116. Вычислите отношения и составьте из них верные пропорции:

$20 : 4;\ 2\frac{1}{2} : 2;\ 6 : 0{,}6;\ 2 : \frac{2}{5};\ \frac{1}{10} : \frac{1}{100};\ 10 : 8.$

117. Составьте две пропорции, в которых отношения равны:

а) 4; б) $\frac{1}{2}$; в) 0,3.

118. Определите, является ли равенство отношений пропорцией (используйте основное свойство пропорции):

а) $9 : 3 = 24 : 8$;

б) $1\frac{1}{2} : 3 = 2 : 4$;

в) $16 : 4 = 0{,}4 : 0{,}1$;

г) $1{,}2 : 0{,}4 = 1 : \frac{1}{3}$.

д) $0{,}12 : 0{,}01 = 3{,}6 : 0{,}3$;

е) $50 : 10 = \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$;

ж) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9} = 6 : 9$;

119. Примените основное свойство пропорции и составьте пропорцию из равенства двух произведений:

а) $8 \cdot 6 = 24 \cdot 2$; б) $3 \cdot 2 = 1{,}5 \cdot 4$.

120. Составьте пропорцию, если известно, что:

а) произведение её крайних членов равно 18;

б) произведение её средних членов равно 20.

121. Составьте пропорцию из четырёх данных чисел (используйте основное свойство пропорции):

а) 45; 60; 3; 4; б) 1,5; 0,3; 0,2; 0,1.

122. Какое число следует взять в качестве четвёртого к трём данным числам, чтобы из них можно было составить пропорцию? Сколько решений можно найти:

а) 3; 5; 10; в) 6; 6; 12;

б) 2; 8; 0,2; г) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{10}$; 20?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

123. Дана пропорция $18 : 3 = 60 : 10$. Запишите новую пропорцию, переставив её:
а) средние члены;
б) крайние члены;
в) средние и крайние члены.

124. Из данной пропорции составьте новые пропорции, переставив местами её члены:

а) $55 : 33 = 5 : 3$;
б) $7 : 4 = 28 : 16$;
в) $\frac{2}{40} = \frac{5}{100}$;
г) $\frac{4,2}{0,3} = \frac{2,8}{0,2}$.

125. Чему равно отношение m к n, если:
а) $m : 2,5 = n : 10$;
б) $0,6 : n = 3,6 : m$?

126. Найдите неизвестный член пропорции:

а) $\frac{x}{8} = \frac{3}{2}$; $\frac{y}{1,4} = \frac{3}{0,7}$;
б) $\frac{6}{x} = \frac{3}{4}$; $\frac{1,6}{z} = \frac{0,8}{9}$.

127. Из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ выразите:

а) число a;
б) число b;
в) число c;
г) число d.

128. Решите пропорцию:

а) $\frac{25}{n} = \frac{5}{7}$;
б) $9 : 32 = a : 1$;
в) $x : \frac{1}{2} = 3 : 5$.

129. Решите уравнение, используя свойство пропорции:

а) $\frac{2}{5} = \frac{x}{3}$;
б) $1,6 : 4 = c : 1,5$;
в) $m : \frac{1}{5} = 3 : \frac{2}{5}$.

130. Представьте в виде десятичных дробей: 45 %; 8 %; 210 %; 0,7 %; 400 %.

131. Выразите в процентах числа: 0,48; 0,03; 5; 0,7; 1,002; 0,076; 4,82.

132. Найдите информацию о численности населения Республики Беларусь за 1950–2016 гг. и составьте диаграмму. Используя её, ответьте на вопросы:

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

а) в каком году численность населения Беларуси была наименьшей?

б) в каком году численность населения Беларуси была наибольшей?

в) сколько примерно жителей было в Беларуси в 2016 г.?

г) в какие годы жителей было меньше, чем в 2010 г.?

д) на сколько больше стало жителей в 2010 г., чем в 1970 г.?

133. Постройте столбчатую диаграмму по данным, характеризующим длины самых крупных рек, протекающих на территории Республики Беларусь (в её пределах). Данные округлите до десятков.

Днепр	Щара	Птичь	Неман
700	300	421	436
Березина	Свислочь	Припять	Сож
561	290	495	493

134. Решите уравнения, используя зависимости между компонентами действий:

$1{,}8a - 52{,}5 = 2{,}4$;

$724{,}5 : 3 : x - 6{,}5 = 16{,}5$;

$2{,}3b + 22{,}36 = 33{,}952$.

135. С дачного участка собрали 48 кг моркови и лука. Моркови — 65 % всех овощей, а остальное — лук. Сколько килограммов лука собрали с участка?

136. В школе 800 учащихся. Из них 320 девочек. Сколько процентов учащихся этой школы составляют мальчики?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

137. В типографии напечатано 72 % тиража журнала «Юный изобретатель», после чего осталось напечатать 1890 экземпляров журнала. Сколько всего экземпляров журнала нужно напечатать?

Решите задачи:

138. В три вагона погрузили 100 т груза. Во второй вагон — в 3 раза больше, чем в первый, а в третий — на 5 т больше, чем в первый. Сколько тонн груза погрузили в каждый вагон?

139. Первое число составляет 70 % от второго, а третье число — 50 % от второго. Найдите эти числа, если их среднее арифметическое равно 44,88.

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Пропорцией называется ... ... двух ... .

2. Произведение ... членов пропорции равно ... средних членов пропорции.

3. $a : b$ — ... чисел a и b;

$\frac{a}{b}$ — ... с числителем a и знаменателем b;

$\frac{a}{b}$ — ... чисел a и b.

140. Запишите отношение данных чисел: 16 и 12; 40 и 10; 5,5 и 0,5; $\frac{1}{3}$ и 6. Примените основное свойство частного (дроби) и замените полученное отношение равным отношением взаимно простых чисел.

141. Запишите отношение значений величин и замените его равным отношением взаимно простых чисел: 3 м и 60 дм; 0,8 кг и 500 г.

142. Вычислите отношения и составьте из них пропорции:

а) $\frac{1}{2} : \frac{1}{12}$; б) $8 : 10$; в) $2\frac{1}{2} : 5$; г) $1{,}2 : 0{,}2$;

д) $\frac{2}{5} : \frac{1}{2}$; е) $10 : 20$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

143. Определите, является ли равенство отношений пропорцией (используйте основное свойство пропорции):

а) $18 : 2 = 45 : 5$; б) $\frac{20}{7} = \frac{14}{5}$; в) $\frac{6}{18} = \frac{5}{15}$;

г) $\frac{9}{18} = \frac{5}{10}$; д) $1 : 20 = 0{,}3 : 6$; е) $\frac{0{,}3}{0{,}2} = \frac{5}{4}$.

144. Примените основное свойство пропорции и составьте пропорцию из равенства двух произведений:

а) $10 \cdot 3 = 15 \cdot 2$; б) $0{,}4 \cdot 30 = 0{,}2 \cdot 60$.

145. Дана пропорция $8 : 15 = 16 : 30$. Запишите новую пропорцию, переставив её:

а) средние члены;

б) крайние члены;

в) средние и крайние члены.

146. Составьте пропорцию из четырёх данных чисел (используйте основное свойство пропорции): 5; 10; 9; 4,5.

147. Решите пропорцию:

а) $\frac{24}{x} = \frac{8}{5}$; в) $m : 12 = 7 : 10$;

б) $13 : x = 2 : 3$; г) $\frac{28}{x} = \frac{14}{0{,}1}$.

У Саши три мяча разной упругости. Красный мяч после удара о пол отскакивает на $\frac{4}{5}$ высоты падения, синий — на $\frac{3}{4}$, а белый — на $\frac{2}{3}$. Саша бросил все три мяча с высоты 1,8 м. Определите, на какой высоте будут мячи после пяти подскоков — красный; четырёх подскоков — синий; трёх подскоков — белый. Какой из трёх мячей окажется выше всех?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 4. Прямая и обратная пропорциональные зависимости

Для решения задач важно знать, о каких зависимостях между величинами идёт в них речь. Во многих задачах описываются зависимости с одинаковыми свойствами.

Рассмотрим зависимость между расстоянием и временем движения при постоянной скорости движения.

Пусть при постоянной скорости движения за некоторое время поезд проходит 120 км. Какое расстояние он пройдёт, если время движения увеличится в три раза? По формуле расстояния $s = v \cdot t$ или $120 = v \cdot t$ ясно, что если один из множителей произведения — время t — увеличится в три раза, то и произведение, равное 120, увеличится во столько же раз. Значит, пройденное расстояние будет равно 360 км. Говорят, что между расстоянием и временем движения при постоянной скорости **прямая пропорциональная зависимость.**

Если **с увеличением значения** одной величины **в несколько раз** соответствующее значение другой величины **увеличивается во столько же раз**, то зависимость между величинами **прямо пропорциональная.**

Пример 1. Является ли зависимость между ростом ребёнка и его возрастом прямо пропорциональной? Ясно, что с увеличением возраста ребёнка его рост увеличивается, но не в такое же число раз, что и возраст. Такая зависимость **не является прямо пропорциональной.**

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Пример 2. Является ли зависимость между количеством автоматов по производству мороженого и количеством стаканчиков пломбира, выпущенных за смену, прямо пропорциональной?

С увеличением количества таких же автоматов в несколько раз количество выпущенных стаканчиков пломбира увеличится во столько же раз. Значит, зависимость между величинами **прямая пропорциональная.**

Рассмотрим зависимость между скоростью движения и временем движения при постоянном расстоянии. Расстояние между двумя городами 600 км. Поезд проходит его за некоторое время. Как изменится время движения поезда, если его скорость увеличится в 1,5 раза?

По формуле $t_1 = \frac{s}{v}$, если скорость увеличится в 1,5 раза, т. е. станет $1{,}5v$, то время $t_2 = \frac{s}{1{,}5v} = \frac{s}{v} \cdot \frac{1}{1{,}5} = \frac{s}{v} : 1{,}5 = t_1 : 1{,}5$ **уменьшится в 1,5 раза.**

Говорят, что между скоростью и временем движения при постоянном расстоянии существует **обратная пропорциональная зависимость.**

Если **с увеличением значения** одной величины **в несколько раз** соответствующее значение другой величины **уменьшается во столько же раз,** то зависимость между величинами **обратно пропорциональная.**

Пример 3. Является ли зависимость между продолжительностью дня и ночи в сутках обратно пропорциональной?

Ясно, что с увеличением продолжительности дня

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

продолжительность ночи уменьшается, но не во столько же раз. Такая зависимость **не является обратно пропорциональной.**

Пример 4. Является ли зависимость между количеством купленных тетрадей на некоторую сумму и их ценой обратно пропорциональной? Ясно, что с увеличением цены тетради в несколько раз количество купленных тетрадей уменьшится во столько же раз. Значит, зависимость между величинами **обратно пропорциональная.**

148. Является ли зависимость между величинами пропорциональной? Если да, то какого вида зависимость: прямо пропорциональная или обратно пропорциональная:

а) между числом учащихся в классе и продолжительностью урока;

б) между числом учащихся класса и количеством выданных им книг в библиотеке;

в) между скоростью движения пешехода и временем прохождения им одного и того же пути;

г) между возрастом дерева и его высотой;

д) между ценой пачки чая и числом пачек чая, которые можно купить на данную сумму денег;

е) между площадью прямоугольника и длиной одной из его сторон, если длина другой стороны не меняется?

149. Верно ли, что если:

а) увеличить в 1,2 раза скорость автомата по выпуску пакетов с соком, то количество пакетов сока, выпускаемых за то же время, увеличится в 1,2 раза;

б) увеличить в 2 раза количество сотрудников, выполняющих одну и ту же работу, то время выполнения работы увеличится в 2 раза;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

в) разложить фрукты в сетки не по 1 кг, а по 2 кг, то сеток потребуется в 2 раза меньше;
г) уменьшить в 1,1 раза расход краски на 1 м^2, то банки краски хватит для покраски площади, в 1,1 раза меньшей? Обоснуйте ответы.

150. Как изменится периметр квадрата, если длину его стороны:
а) увеличить в 1,8 раза;
б) уменьшить в 2,5 раза?

151. Площадь прямоугольника 96 м^2. Как изменится длина прямоугольника, если его ширину:
а) увеличить в 4 раза;
б) уменьшить в 1,5 раза?

152. Машина находится в пути 2 ч. Заполните таблицу изменения пройденного пути (s) в зависимости от скорости (v) и определите зависимость между скоростью машины и пройденным ею расстоянием.

v (км/ч)	30	45	60	90	120
s (км)					

153. Площадь прямоугольника равна 48 м^2. Заполните таблицу изменения ширины прямоугольника (b) в зависимости от его длины (a) и определите зависимость между длиной и шириной прямоугольника.

a (м)	2	4	6	8	12
b (м)					

154. В какой таблице зависимость между величинами a и b является прямо пропорциональной, а в какой — обратно пропорциональной?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

а)

a	60	30	20	15
b	4	8	12	16

б)

a	1	0,5	0,2	0,1
b	10	5	2	1

155. Найдите в таблице значение величины, которое нужно изменить так, чтобы зависимость между величинами x и y стала обратно пропорциональной.

x	6	24	4	12	3	1	8
y	40	10	60	50	80	240	30

156. Решите уравнение, используя свойство пропорции:

а) $m : 5 = 12 : 10$; в) $3{,}5 : y = 7 : 1{,}5$.

б) $\frac{12}{x} = \frac{18}{4}$; г) $\frac{t}{2{,}5} = \frac{10}{0{,}5}$.

157. Определите вид угла, а затем постройте угол с помощью транспортира или другим способом:

а) 60°; б) 180°; в) 120°; г) 90°.

158. Путешественник проплыл по реке на плоту 40 км за 20 ч. Обратно он вернулся на моторной лодке, собственная скорость которой 22 км/ч. Сколько времени затратил путешественник на обратный путь?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Если с увеличением значения одной величины в несколько раз соответствующее значение другой величины увеличивается ... ... раз, то зависимость между величинами прямо пропорциональная.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Если с увеличением значения одной величины в несколько раз соответствующее значение другой величины ... во столько же раз, то зависимость между величинами обратно пропорциональная.

159. Является ли зависимость между величинами пропорциональной? Если да, то какого вида эта зависимость:

а) между числом этажей жилого дома и числом его жителей;

б) между стоимостью телефонного разговора по мобильной связи и временем этого разговора;

в) между грузоподъёмностью машины и числом машин, необходимых для перевозки некоторого груза;

г) между площадью квадрата и длиной его стороны;

д) между временем движения по трассе и количеством автомобилей на ней;

е) между числом абонентов мобильной сети и общей суммой оплаты услуг мобильной сети;

ж) между числом свободных мест в зале кинотеатра и числом купленных билетов на сеанс;

з) между временем варки яиц и их числом в кастрюле;

и) между температурой воздуха и высотой подъёма в горах?

160. Заполните таблицу изменения времени движения велосипедиста в зависимости от его скорости, если расстояние, которое он преодолевает на каждом из пяти этапов тренировки, равно 60 км. Определите, какая зависимость между скоростью велосипедиста (v) и временем его движения (t).

v (км/ч)	10	12	15	20	25
t (ч)					

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

161. Как изменится площадь прямоугольника, если его ширину:
а) уменьшить в 1,2 раза;
б) увеличить в 3,5 раза?
Обоснуйте ответы.

162. Цена яблок летом по сравнению с зимой уменьшилась в 2,5 раза. Сколько килограммов яблок можно купить на ту же сумму, что и зимой, если зимой покупали 2 кг яблок?

163. На соревнованиях по плаванию лучший результат оказался у спортсмена, проплывшего 100 м за 25 сек. За какое время проплывёт эту дистанцию начинающий спортсмен, если его средняя скорость в 1,5 раза меньше скорости победителя?

164. Поле площадью 30 га два комбайна убирают за 6 ч. За какое время уберут поле 6 таких же комбайнов?

165. До реконструкции кинотеатра в зале было 20 рядов по 30 мест в каждом ряду. После реконструкции число мест в зале не изменилось, а число мест в каждом ряду уменьшилось в 1,5 раза. Сколько стало рядов в кинозале?

Экран одного телевизора имеет формат $\frac{16}{9}$, а другого — $\frac{4}{3}$. По телевизору с форматом $\frac{4}{3}$ друзья смотрели фильм в формате $\frac{16}{9}$, при этом на экране были чёрные полосы. Какая часть экрана была занята изображением без полос?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 5. Решение задач с помощью пропорций

Рассмотрим, как с помощью пропорции можно решать задачи рационально.

Задача 1. **Для холодной засолки 12 кг грибов берут 600 г соли. Сколько понадобится соли, чтобы засолить 40 кг грибов?**

В задаче речь идёт о значениях массы грибов и соли.

Известные значения величины:

масса грибов 12 кг и 40 кг;

масса соли 600 г для засолки 12 кг грибов.

Неизвестное значение величины:

масса соли для засолки 40 кг грибов.

Первый способ решения. Для того чтобы найти, сколько граммов соли нужно для засолки 40 кг грибов, нужно знать, сколько соли потребуется для засолки 1 кг грибов. Так как 600 г соли используют для засолки 12 кг грибов, то $600 : 12 = 50$ (г) соли приходится на 1 кг, тогда $50 \cdot 40 = 2000$ (г). Значит, 2 кг соли нужно для засолки 40 кг грибов.

Ответ: 2 кг.

Второй способ решения (с помощью пропорции).

1. Если масса грибов увеличивается в некоторое число раз, то и количество соли для засолки этой массы грибов увеличивается в такое же число раз. Значит, зависимость между массой грибов и массой соли — прямо пропорциональная.

2. Составим таблицу и укажем вид зависимости с помощью стрелок одного направления.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Масса грибов, кг	Масса соли, г
12 ↓	600 ↓
40 ↓	x ↓

3. Так как отношение массы грибов равно отношению массы соли, то можно составить пропорцию:

$$\frac{12}{40} = \frac{600}{x}.$$

Решим её:

$$x = \frac{40 \cdot 600}{12} = 2000.\ 2000 \text{ г} = 2 \text{ кг}.$$

Ответ: 2 кг.

Задача 2. Четверо рабочих могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней могут сделать эту же работу 6 рабочих?

1. В задаче речь идёт о количестве рабочих и количестве дней, необходимых им для выполнения работы. Известные значения величин:

число рабочих: 4 и 6;

число дней: 12, за которые четверо рабочих выполнили работу.

Неизвестное значение величин:

число дней, за которые шесть рабочих выполнят эту же работу.

2. Если количество рабочих увеличивается в некоторое число раз, то количество дней, необходимых им для выполнения работы, уменьшается в такое же число раз. Значит, зависимость между величинами в задаче — обратно пропорциональная. Составим таблицу и укажем вид зависимости с помощью стрелок противоположного направления.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Количество рабочих	Количество дней
4 ↓	12 ↑
6 ↓	x ↑

Составим пропорцию:

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{12}.$$

Решим её:

$$x = \frac{4 \cdot 12}{6} = 8.$$

За 8 дней шесть рабочих выполнят работу, которую четверо рабочих могут выполнить за 12 дней.

Ответ: 8 дней.

Алгоритм решения задач на прямую и обратную пропорциональные зависимости между величинами.

1. Выяснить, о каких величинах идёт речь в задаче.
2. Назвать зависимость между величинами в задаче (указать, как изменяется значение второй величины с увеличением значения первой величины).
3. Составить таблицу (в первый столбик поместить значения первой величины, во второй — значения второй величины).
4. Указать вид зависимости в таблице с помощью стрелок.
5. Записать и решить пропорцию в соответствии с выбранной зависимостью.

Задачи на пропорциональное деление:

Задача 3. **Двое инвесторов вложили в развитие туризма 6 млн р. и 8 млн р. соответственно и получили прибыль 140 млн р. Как распределить эту прибыль между инвесторами?**

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Решение: обозначим прибыль первого инвестора через x, а второго — через y. Так как прибыль прямо пропорциональна вложенным инвестициям, то отношение $\frac{6}{8}$ равно отношению $\frac{x}{y}$. Получим пропорцию $\frac{6}{8} = \frac{x}{y}$. Поменяем в ней средние члены, получим $\frac{x}{6} = \frac{y}{8}$. Обозначим каждое из равных отношений через k. Это число показывает, сколько миллионов рублей приходится на одну из частей, и называется **коэффициентом пропорциональности.**

Выразим x и y через k:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{8} = k \Rightarrow x = 6k,\ y = 8k.$$

По условию задачи:

$$6k + 8k = 140.$$

Решим полученное уравнение:

$$(6 + 8) \cdot k = 140,\ 14k = 140,\ k = 10.$$

Значит, на одну из частей приходится 10 млн р.

Тогда прибыль первого инвестора: $10 \cdot 6 = 60$ млн р., а второго — $10 \cdot 8 = 80$ млн р.

Ответ: 60 млн р., 80 млн р.

При решении задач на пропорциональное деление обычно сразу обозначают через k значение величины, приходящееся на одну из частей пропорционального деления (коэффициент пропорциональности).

Можно использовать алгоритм:

1. Выяснить, о каких величинах идёт речь в задаче.

2. Назвать известные значения величины и части пропорционального деления.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

3. Обозначить через k значение величины, приходящееся на одну из частей пропорционального деления.

4. Выразить неизвестные значения величины через k.

5. Составить и решить уравнение.

6. Записать ответ.

Задача 4. Для приготовления коктейля нужно смешать 3 части апельсинового и 2 части яблочного сока. Сколько нужно взять апельсинового и яблочного сока, чтобы получить 200 мл коктейля?

Решение:

1. В задаче речь идёт об объёме коктейля.

2. Известен общий объём (200 мл) и части его компонентов: 3 и 2 части апельсинового и яблочного сока соответственно.

3. Обозначим через k количество миллилитров, приходящееся на одну из частей.

4. Тогда $3k$ мл составляет апельсиновый сок, а $2k$ мл — яблочный.

5. Всего $3k + 2k$ составляют 200 мл.

Получаем уравнение: $3k + 2k = 200$.

Решаем его: $5k = 200, k = 40$.

$3k = 120$, $2k = 80$.

Ответ: 120 мл и 80 мл.

166. В таблице зависимость между величинами m и n обозначена стрелками. Составьте пропорцию и решите её.

а)

m	n
x ↓	4 ↓
9 ↓	6 ↓

б)

m	n
12 ↑	y ↑
5 ↑	10 ↑

в)

m	n
6 ↓	1,5 ↓
z ↓	7 ↓

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

167. Составьте пропорцию и найдите неизвестное значение одной из величин.

c	d
x ↓	3 ↑
9 ↓	8 ↑

c	d
10 ↑	y ↓
6 ↑	15 ↓

c	d
3,6 ↓	0,5 ↑
z ↓	3 ↑

168. Составьте таблицу и решите задачу с помощью пропорции:

а) Из 12,5 кг свежих грибов получается 2,5 кг сушёных. Сколько килограммов свежих грибов надо собрать для получения 5,5 кг сушёных?

б) Если имеющиеся в спортзале мячи разложить поровну в 4 сетки, то в каждой будет по 6 мячей. Сколько мячей будет в каждой сетке, если их разложить поровну в 3 сетки?

169. Решите задачу составлением пропорции, заполнив таблицу:

а) За 2,5 кг конфет было заплачено 15,5 р. Сколько стоят 1,5 кг таких же конфет?

б) Работу по рассадке цветов 3 работницы могут выполнить за 4 ч. За сколько часов выполнят эту же работу 2 работницы?

а)

Масса конфет	Стоимость

б)

Количество работниц	Время работы

170. Используя модель задачи, составьте условие и решите задачу.

а)

Количество метров ткани	Количество блузок
3,6 м ↓	4 ↓
9,9 м ↓	? ↓

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

б)

Масса товара	Стоимость
10,5 кг ↑	220,5 р. ↑
?	73,5 р.

Решите задачи составлением пропорции, используя таблицы:

171. Из 9 кг сырых зёрен кофе получается 7,5 кг жареных. Сколько килограммов сырых зёрен кофе надо взять, чтобы получить 4 кг жареных?

172. Грейдер за 3,5 ч может расчистить дорогу длиной 0,8 км. Сколько времени понадобится грейдеру, чтобы расчистить 1,2 км?

173. Известно, что 5 кубометров газа заменяют 6 кг каменного угля. Сколько тонн каменного угля нужно, чтобы заменить 30 млн кубометров газа?

174. Чтобы получить 10 т железа, нужно переработать 18 т железной руды. Сколько получится железа из 1050 т руды?

175. Для отопления дома заготовленого угля хватит на 240 дней при расходе 0,4 т угля в день. На сколько дней хватит этого запаса, если расходовать 0,3 т угля в день?

176. С помощью 6 одинаковых насосов вода из затопленного котлована откачивается за 24 мин. За сколько минут можно откачать воду из котлована с помощью 9 таких насосов?

177. Для перевозки груза необходимо 14 автомашин грузоподъёмностью 4,5 т. Сколько потребуется автомашин грузоподъёмностью 7 т для перевозки груза?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

178. С помощью 12 комбайнов агрофирма должна убрать урожай за 8 дней. Сколько таких же комбайнов надо ещё, чтобы убрать урожай за 6 дней?

179. Наборщик текста может подготовить текст для печати за 7 ч, если будет набирать текст со скоростью 180 знаков в минуту. Сколько знаков в минуту должен он набирать, чтобы подготовить этот текст за 5 ч?

180. На турбазе для 24 человек сделан запас продовольствия на 6 дней. На сколько дней хватит этого запаса, если на турбазе будет 36 человек?

181. Определите, пропорциональны ли числа 2 и 5 числам:

а) 8 и 25; в) 11 и 27; д) 200 и 5000;
б) 8 и 20; г) 15 и 37,5; е) 0,04 и 0,1.

182. Верно ли, что отношения чисел 1, 3 и 5 к первому, второму и третьему числу соответственно равны:

а) 2; 6 и 11; в) 12; 36 и 60;
б) 5; 12 и 25; г) 0,5; 1,5 и 2,5?

183. В каком отношении число 48 разделили на части, если получили следующие числа:

а) 16 и 32; в) 15 и 33;
б) 36 и 12; г) 38 и 10?

184. Докажите, что числа 3, 5 и 9 пропорциональны числам 12, 20 и 36.

Решите задачи, используя алгоритм деления числа на пропорциональные части:

185. Разделите число 48 на части, пропорциональные числам:

а) 1 и 2; в) 0,1 и 0,5;
б) 3 и 5; г) 2,7 и 15.

186. Разделите число 40 на части в отношении:

а) 1 : 3; в) 0,3 : 0,5;
б) 7 : 13; г) 2 : 3 : 5.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

187. Разделите число на части в отношении 2 : 5:

а) 0,7; б) $5\frac{1}{3}$.

188. Разделите число на части в отношении 1 : 3 : 8:

а) 36; б) 7,2.

189. Сумма двух чисел равна 24,3. Найдите числа, если их отношение 4 : 5.

190. Разность двух чисел равна 14,1. Найдите эти числа, если их отношение 4 : 1.

191. Сумма трёх чисел равна 32,4. Найдите эти числа, если они относятся так же, как 2 : 4 : 6.

192. Площади двух участков леса находятся в отношении 16 : 3. Какова площадь каждого участка, если их общая площадь 608 га?

193. В состав чайного сбора входят мята, малина и шиповник в отношении 2 : 4 : 5. Сколько граммов мяты и шиповника входит в 825 г такого сбора?

194. Отношение числа мальчиков к числу девочек в классе равно $\frac{4}{5}$. Сколько в классе девочек, если:

а) всего в классе 27 человек;

б) девочек на 2 больше, чем мальчиков?

195. Длины сторон треугольника относятся как 3 : 4 : 5. Найдите эти стороны, если известно, что:

а) периметр треугольника равен 36 см;

б) наибольшая сторона треугольника равна 36 см;

в) наименьшая сторона треугольника равна 36 см;

г) разность наибольшей и наименьшей сторон равна 36 см.

196. Два программиста вместе заработали 8520 р. Как разделить заработанные деньги, если один выполнил 4 части, а другой — 6 частей всей работы?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

197. У кормовой свёклы отношение ботвы к корнеплодам равно 1 : 4. При уборке свёклы оказалось, что получено корнеплодов на 1200 ц больше, чем ботвы. Сколько центнеров корнеплодов получено?

198. Для пайки алюминия нужен сплав цинка, алюминия, олова в отношении 4 : 3 : 18. Сколько надо взять этих металлов для получения 7,5 кг сплава?

199. Найдите периметр четырёхугольника, если его стороны пропорциональны числам 2, 3, 5 и 8, а наибольшая сторона больше наименьшей на 24 см.

200. Для приготовления фарфора используют глину, гипс и песок в отношении 12,5 : 0,5 : 1. Какова масса заварочного фарфорового чайника, если при его изготовлении глины взяли на 552 г больше, чем песка?

201. От троса отрезали часть так, что отношение оставшейся части к отрезанной равно 3 : 2. Сколько процентов составляет отрезанная часть от всего троса?

202. Призовой фонд соревнований по теннису делится между спортсменами, занявшими 1-е, 2-е и 3-е места, в отношении 8 : 5 : 1. Какой процент премиального фонда получат спортсмены, занявшие первые три места?

203. Продолжительность года на Меркурии относится к продолжительности года на Венере как 11 : 28, а 0,03625 года на Венере составляет 7 дней на Земле. На сколько дней короче год на Меркурии, чем на Земле?

204. Найдите сумму трёх чисел, зная, что третье относится к первому так же, как $4{,}5 : 3\frac{3}{4}$, и составляет 40 % второго, а сумма первого и второго равна 400.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

205. Площади трёх участков земли относятся как $2\frac{3}{4} : 1\frac{5}{6} : 1\frac{3}{8}$. С первого участка собрали зерна на 72 ц больше, чем со второго. Найдите площадь всех трёх участков, если средняя урожайность равна 18 ц с 1 га.

206. Разделите число 150 на части a, b и c так, чтобы $a : b = 3 : 4$, $b : c = 8 : 11$.

207. Длина Дуная относится к длине Днепра как $6\frac{1}{3}$ к 5, а длина Дона относится к длине Дуная как 6,5 к 9,5. Найдите протяжённость каждой из рек, если Днепр длиннее Дона на 300 км.

208. Замените отношение чисел равным отношением взаимно простых чисел:

а) $18 : 24$;

б) $\frac{1}{3} : \frac{1}{7}$;

в) $1\frac{1}{4} : 2\frac{2}{3}$;

г) $10 : 15 : 40$.

209. Вычислите наиболее удобным способом:

а) $\frac{2{,}7 \cdot 36{,}8 + 2{,}7 \cdot 63{,}2}{9 \cdot 64{,}1 - 9 \cdot 54{,}1}$;

б) $\frac{1{,}2 \cdot 88{,}5 - 1{,}2 \cdot 86{,}5}{4 \cdot 4{,}7 + 4 \cdot 5{,}3}$.

210. Начертите столбчатую диаграмму по данным таблицы, в которой приведено количество спутников у планет Солнечной системы (по данным на 2010 год).

Нептун	Уран	Сатурн	Юпитер
8	18	18	16
Марс	Земля	Венера	Меркурий
2	1	0	0

211. Найдите a и b, если их разность равна 2,4 и a составляет 40 % числа b.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

212. Одна из сторон прямоугольника в 1,8 раза больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 19,6 м.

213. В трёх гаражах 460 мест для парковки машин. Число мест в первом гараже составляет 75 % числа мест во втором, а в третьем гараже — в 1,5 раза больше мест, чем в первом. Сколько мест в каждом гараже?

214. Первый станок-автомат в час изготовлял 60 деталей, второй — 40. Работая одновременно, они сделали 350 деталей. Сколько времени они работали?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

Алгоритм решения задач на прямую и обратную пропорциональные зависимости между величинами.

1. Выяснить, о каких ... идёт речь в задаче.
2. Назвать ... между величинами в задаче (указать, как изменяется значение второй величины с увеличением значения первой величины).
3. Составить таблицу (в первый столбик поместить значения ... величины, во второй — значения второй величины).
4. Указать вид ... в таблице с помощью стрелок.
5. Записать и решить ... в соответствии с выбранной зависимостью.

Алгоритм решения задач на пропорциональное деление.

1. Выяснить, о каких ... идёт речь в задаче.
2. Назвать ... значения величины и части пропорционального деления.
3. Обозначить через k значение величины, приходящееся на ... из частей пропорционального деления.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

4. Выразить ... значения величины через k.
5. Составить и решить ... .
6. Записать ответ.

215. Выберите таблицу и решите задачу:
а) При изготовлении 3 одинаковых ложек потребовалось 100 г серебра. Сколько граммов серебра потребуется для изготовления 10 таких ложек?

Количество ложек	Масса серебра
3 ↓	100 г ↓
10 ↓	? ↓

Количество ложек	Масса серебра
3 ↓	100 г ↑
10 ↓	? ↑

б) Автомобиль проходит путь между двумя городами со скоростью 120 км/ч за 3,5 ч. За какое время автомобиль пройдёт тот же путь со скоростью 96 км/ч?

v, км/ч	t, ч
120 ↓	3,5 ↓
96 ↓	? ↓

v, км/ч	t, ч
120 ↓	3,5 ↑
96 ↓	? ↑

Составьте таблицу и решите задачи:

216. Из 200 кг муки выпекают 270 кг хлеба. Сколько килограммов хлеба получат из 300 кг муки?

217. При изготовлении рассола для засолки огурцов на 6 л воды нужно 375 г соли. Сколько соли нужно на 9 л воды?

218. Два станка выполнят заказ за 6 ч. За сколько часов выполнят этот же заказ три таких станка?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

219. Если Вера будет читать по 36 страниц в день, то она прочитает книгу за 7 дней. Сколько дней уйдёт на прочтение книги, если Вера будет читать по 42 страницы в день?

Решите задачи на пропорциональное деление, используя алгоритм:

220. Разделите число 60 на части в отношении:
а) 1 : 4; б) 5 : 7; в) 1 : 6 : 8.

221. Две смены обувного предприятия сшили 3780 пар обуви. Количество пар обуви, сшитой первой и второй сменами, пропорционально числам 10 и 11. Сколько пар обуви сшила каждая смена?

222. Сплав включает олово, свинец и кадмий в отношении 25 : 16 : 9. Сколько нужно взять граммов каждого из этих веществ, чтобы получить 600 г сплава?

223. Для изготовления раствора берутся известь и песок в отношении 3 : 5. Сколько килограммов извести и песка надо взять в отдельности, если песка взято на 48 кг больше, чем извести?

224. Сумма четырёх чисел равна 48,75. Найдите эти числа, если они пропорциональны числам 3, 6, 2 и 4.

225. При варке вишнёвого варенья массы ягод, сахара и воды берутся в отношении 9 : 15 : 1. Какой процент варенья составляет каждый ингредиент?

226. Длина и ширина прямоугольника относятся как 8 : 3. Найдите периметр прямоугольника, если его длина больше ширины на 40 дм.

227. Участок земли для дачи, равный 3 га, разделили между тремя семьями пропорционально

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

количеству членов семьи. В первой семье 4 человека, во второй — 5 человек, в третьей — 6 человек. Сколько гектаров земли получила каждая семья?

Генетические исследования: у одной курицы из двух — голубые пёрышки, а у двух куриц из пяти есть зелёный хохолок. Куриц с зелёным хохолком и без голубых пёрышек столько же, сколько куриц с зелёным хохолком и с голубыми пёрышками. Какой процент составляют курицы с зелёным хохолком без голубых пёрышек от кур, у которых есть голубые пёрышки?

§ 6. Масштаб

При изображении на карте расстояние между двумя точками в несколько раз меньше, чем реальное расстояние на местности. Обычно это отмечается на карте записью отношения, например, 1 : 50 000 (как на рис. 1) или $\frac{1}{50\,000}$. Это отношение называется **масштабом карты.** Масштаб показывает, во сколько раз расстояние на карте меньше, чем расстояние на местности. На карте отмеченое расстояние 5 см. Масштаб 1 : 50 000 показывает, что на карте расстояние в 50 000 раз меньше, чем на местности. Значит, на местности расстояние между точками A и B в 50 000 раз больше, чем на карте.

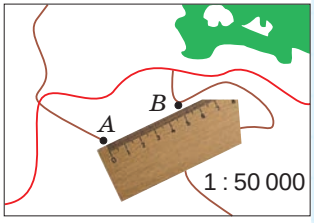


Рисунок 1

$5 \cdot 50\,000 = 250\,000$ (см) или 2,5 км — расстояние на местности.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

С помощью масштаба карты решают две основные задачи:

а) известно расстояние между точками на местности и масштаб карты, нужно найти, каким будет расстояние на карте;

б) известно расстояние между точками на карте и масштаб карты, нужно найти, каким будет расстояние на местности.

Задача 1. **Расстояние между Минском и Могилёвом 179,65 км, масштаб карты — $\frac{1}{5\,000\,000}$. Найдите расстояние на карте.**

Решение: 179,65 км = 17 965 000 см.

Обозначим неизвестное расстояние через x и составим пропорцию: $\frac{x}{17\,965\,000} = \frac{1}{5\,000\,000}$. Решим пропорцию: $x = \frac{17\,965\,000}{5\,000\,000} = 3{,}593 \approx 3{,}6$ (см).

Ответ: 3,6 см.

Задача 2. **Расстояние на плане туристического маршрута от озера до турбазы равно 6 см. Определите расстояние на местности от озера до турбазы, если масштаб плана равен 1 : 40 000.**

Решение: обозначим неизвестное расстояние через x и составим пропорцию: $\frac{6}{x} = \frac{1}{40\,000}$. Решим пропорцию: $x = 6 \cdot 40\,000 = 240\,000$ (см) = 2,4 км.

Ответ: 2,4 км.

Так как **масштаб карты** есть отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности, то это отношение **меньше 1.**

Вообще масштаб показывает отношение длины отрезка на изображении к его действительной длине. Если действительные размеры маленькие, как,

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

например, детали часового механизма, то при изображении на чертеже размеры их увеличивают. Тогда масштаб изображения оказывается больше 1.

228. Масштаб карты 1 : 10 000. Верно ли, что длина отрезка на местности по сравнению с длиной на карте:
а) больше на 10 000;
б) меньше на 10 000;
в) меньше в 10 000 раз;
г) больше в 10 000 раз?

229. Масштаб карты 1 : 400. Верно ли, что длина отрезка на карте по сравнению с длиной на местности:
а) больше на 400;
б) меньше на 400;
в) меньше в 400 раз?

230. Что показывает масштаб карты:
а) 1 : 30 000; б) 1 : 2 000 000?

231. Расстояние между двумя городами равно 400 км. Определите расстояние между этими городами на карте, если масштаб карты равен:
а) 1 : 1 000 000; б) $\frac{1}{50\,000\,000}$; в) $\frac{1}{2\,000\,000}$.

232. Масштаб карты равен 1 : 50 000. Определите расстояние на местности, если на карте оно равно:
а) 2 см; б) 18 мм; в) 2,2 дм.

233. Какой масштаб имеет карта, у которой:
а) 2 см на карте соответствуют 500 м на местности;
б) 5 см на карте соответствуют 500 км на местности?

234. Решите задачу, используя пропорцию: расстояние между двумя городами равно 800 км. Определите расстояние между этими городами на карте, если масштаб карты равен 1 : 400 000.

235. Масштаб 100 : 1 показывает, что на плане расстояние увеличено в 100 раз по сравнению

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

с расстоянием в реальности. Возможна ли такая ситуация?

236. Рисунок, на котором изображено крыло насекомого, имеет масштаб 50 : 1. Выберите верный ответ:

а) на рисунке крыло уменьшено в 50 раз;

б) на рисунке крыло увеличено в 50 раз.

237. Определите, увеличен или уменьшен объект, если он изображён в масштабе:

а) 1 : 10; в) 1 : 30;

б) 100 : 1; г) 6 : 1.

238. Запишите масштаб рисунка, если он изображается на плане отрезком:

а) уменьшенным в 40 раз;

б) увеличенным в 40 раз.

239. План игровой комнаты имеет вид прямоугольника со сторонами 5 см и 3,6 см. Определите размеры комнаты, если масштаб плана 1 : 200.

240. Участок леса имеет вид прямоугольника. На карте, масштаб которой 1 : 200 000, длина этого прямоугольника равна 6 см, а ширина — 4 см. Вычислите площадь участка леса на местности.

241. На аэрофотоснимке расстояние между двумя пунктами равно 2,4 см, а на местности — 7,2 км. Определите масштаб.

242. На карте, масштаб которой 1 : 10 000, размеры прямоугольного участка равны 16 × 10 см. Нормы посева пшеницы — 0,24 т на 1 га. Сколько тонн пшеницы нужно, чтобы засеять этот участок земли?

243. На плане расстояние между двумя пунктами равно 3,4 см, масштаб плана — 1 : 2500. Эта же местность изображена на карте, её масштаб 1 : 1000. Чему равно расстояние на карте между теми же двумя пунктами?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

244. Площадь земельного участка прямоугольной формы, отведённого под строительство коттеджей, составляет на плане 64 см^2. Масштаб плана 1 : 250. Какова площадь этого участка на местности?

245. Определите вид угла и постройте его с помощью транспортира:

а) 30°; б) 90°; в) 180°; г) 130°.

246. Примените правило нахождения процента от числа и найдите:

а) 50 % от 60; в) 20 % от 180;

б) 25 % от 360; г) 5 % от 90.

247. Найдите, сколько процентов одно значение величины составляет от другого:

а) 90° от 360°; в) 120° от 360°;

б) 45° от 360°; г) 12° от 48°.

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

Масштаб карты показывает, ... расстояние на карте меньше, чем расстояние на местности.

248. Решите задачи, используя определение масштаба:

а) длина отрезка на карте 3 см. Найдите длину отрезка на местности, если масштаб карты: 1 : 300 000;

б) длина реки Днепр в пределах Республики Беларусь равна 700 км. Найдите длину линии, изображающей реку на карте, если масштаб карты 1 : 1 000 000;

в) расстояние в 200 м на местности показано на плане отрезком 4 см. Определите масштаб плана.

249. Карта выполнена в масштабе 1 : 7 500 000. Найдите расстояние между Минском и Вильнюсом,

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

если на карте их соединяет отрезок длиной 2,3 см.

250. Длина канала на местности 24 км. Какую длину канал будет иметь на плане, масштаб которого 1 : 30 000?

251. Какой масштаб имеет карта, у которой 3 см на карте соответствуют 9000 м на местности?

252. Определите по плану (рис. 2) длину автодороги между тремя пунктами M, N, P. Масштаб плана 1 : 10 000 000.

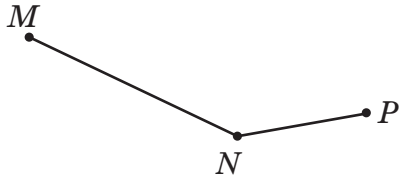


Рисунок 2

253. Протяжённость Республики Беларусь с севера на юг примерно равна 560 км, с запада на восток — 650 км. Определите размеры карты Беларуси, выполненной в масштабе 1 : 10 000 000.

Из всех построенных в новом районе домов более 94 % имеют больше девяти этажей. Какое наименьшее возможное число домов могло быть построено?

§ 7. Круговые диаграммы

Вы уже знакомы со столбчатыми и линейными диаграммами, которые используются для наглядного представления информации в различных областях жизни. Умение выполнять пропорциональное деление поможет вам представлять информацию в виде круговых диаграмм.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Круг разделили на части, пропорциональные площадям океанов в Мировом океане. Получили круговую диаграмму (рис. 3). Она показывает наглядные соотношения между целым и частями.

Рисунок 3

Как построить круговую диаграмму?

1. Получить информацию, например, о погоде в Минске в апреле 2017 года: солнечных дней — 13, пасмурных — 12, дождливых — 5.

2. Разделить число 360° на части, пропорционально числам 13, 12 и 5. Пусть $k°$ приходится на одну часть, тогда солнечным дням соответствует $13k°$, пасмурным — $12k°$, дождливым — $5k°$. Так как вся окружность содержит 360°, то запишем уравнение: $13k + 12k + 5k = 360$. Решим его: $(13 + 12 + 5)k = 360$, $30k = 360$, $k = 12$. Значит, на одну часть приходится 12°. Тогда солнечным дням соответствует — 156°, пасмурным — 144°, дождливым — 60°.

3. Построить окружность.

4. Провести радиус окружности и от него последовательно отложить один за другим углы: 156°, 144° (рис. 4) с вершиной в центре круга. Оставшийся третий угол будет равен 60°.

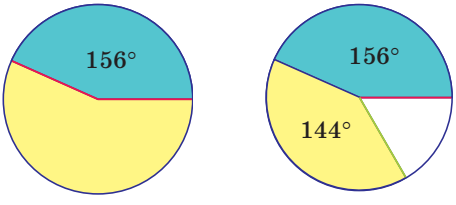


Рисунок 4

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

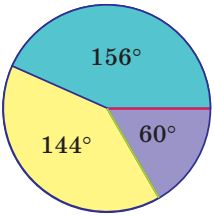


Рисунок 5

Получили круговую диаграмму распределения (рис. 5) солнечных, пасмурных и дождливых дней в апреле в Минске в 2017 году. По ней можно ответить на вопросы о соотношении целого и частей между собой. Например, число солнечных и пасмурных дней почти одинаково, значит, отношение солнечных и пасмурных дней близко к 1.

Круговые диаграммы показывают соотношение целого и его частей.

254. Определите (рис. 6): какую часть круга составляют его части; сколько градусов приходится на каждую из частей; сколько процентов составляют эти части.

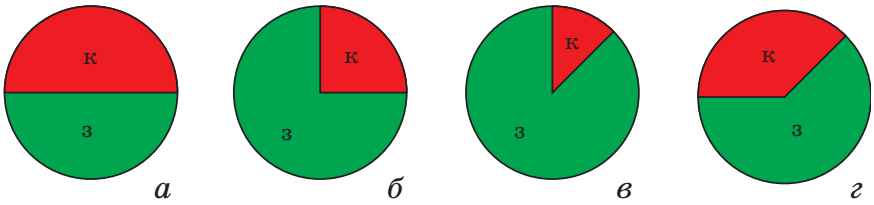


Рисунок 6

255. На круговой диаграмме (рис. 7) показана информация о распределении площадей под разные культуры в фермерском хозяйстве. Используя диаграмму, определите, какая часть площадей отведена под:

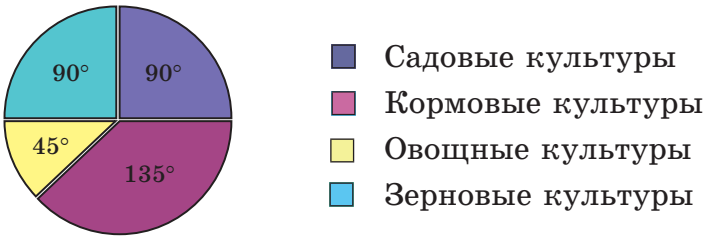


Рисунок 7

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

а) зерновые культуры;
б) садовые культуры;
в) овощные культуры;
г) кормовые культуры.

256. На круговой диаграмме (рис. 8) показана информация о распределении учащихся школы по спортивным секциям. Зная, что в спортивных секциях занимаются 240 учащихся, ответьте на вопросы:
а) сколько учащихся увлекается футболом?
б) сколько учащихся занимается баскетболом?
в) на сколько больше учащихся занимается плаванием, чем лёгкой атлетикой?

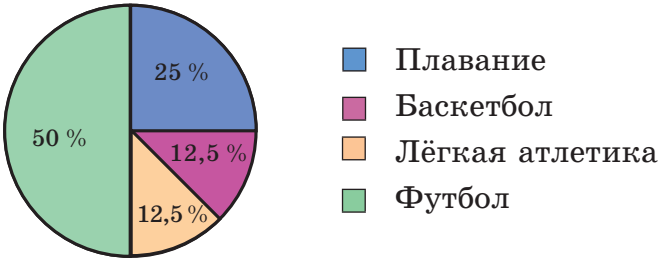


Рисунок 8

257. Известно, что в новом доме 45 квартир — трёхкомнатные. Используя круговую диаграмму (рис. 9), найдите, сколько в доме:
а) однокомнатных квартир;
б) двухкомнатных квартир.

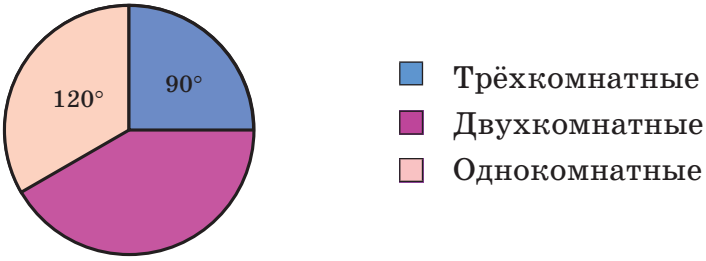


Рисунок 9

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

258. На круговой диаграмме (рис. 10) Антон показал, как он использует свободное время. Зная, что игре на компьютере Антон уделяет 1,2 ч, установите:
а) сколько времени Антон занимается чтением;
б) сколько времени Антон занимается спортом;
в) на сколько меньше времени Антон уделяет чтению, чем просмотру телепрограмм.

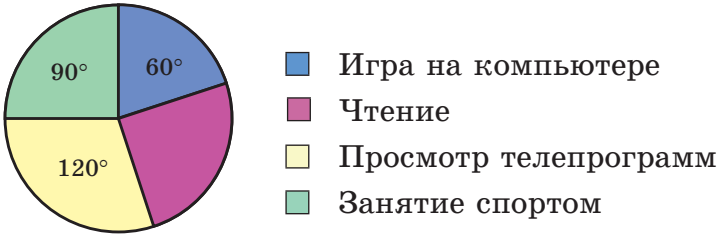


Рисунок 10

259. В таблице показано распределение времени одного из учащихся. Для построения круговой диаграммы заполните третью строку таблицы, определив соответствующие величины углов. Постройте диаграмму.

Вид деятельности	Сон	Учёба	Занятия спортом	Свободное время
Количество времени	9 ч	8 ч	2 ч	5 ч
Величина угла на диаграмме				

260. Постройте круговую диаграмму, на которой показано количество мальчиков и девочек вашего класса.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

261. В детском лагере используется следующая схема распределения питания: утренний завтрак — 25 %, второй завтрак — 15 %, обед — 45 %, ужин — 15 %. Постройте круговую диаграмму распределения питания.

262. Результаты контрольной работы учащихся 6-х классов занесены в таблицу. Постройте круговую диаграмму результатов контрольной работы.

Отметка	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество отметок	5	12	24	30	20	16	8	5

263. Выполните анализ компонентов действий, установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

а) $2\frac{1}{4} \cdot (16 - 9{,}12 : 0{,}6) + 2\frac{8}{15}$;

б) $\left(16\frac{2}{3} - 12{,}2\right) \cdot 15 + 11\frac{13}{20} - 6{,}3$.

264. Протяжённость белорусского участка газопровода составляет 575 км. Какова длина этого газопровода на карте, масштаб которой 1 : 10 000 000?

265. Из 40 кг яблок получается 32 кг яблочного пюре. Сколько яблочного пюре получится из 75 кг яблок?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

Чтобы построить круговую диаграмму, нужно:

1. Получить информацию о частях ... .
2. Разделить число ... на части.
3. Построить ... .

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

4. Провести радиус окружности и от него последовательно отложить один за другим углы, соответствующие ... целого.

5. Ответить по полученной диаграмме на вопрос о соотношении ... и целого.

266. На экскурсию в Брестскую крепость 9 мая прибыло 7200 туристов. На диаграмме (рис. 11) показано, какая часть туристов — мужчины, какая — женщины, а какая — дети. Сколько мужчин, женщин и детей среди туристов?

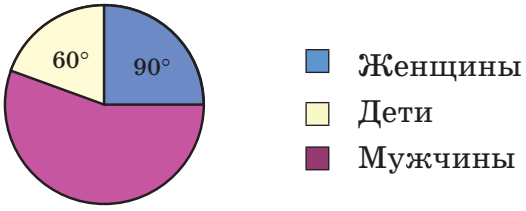


Рисунок 11

267. Постройте круговую диаграмму распределения способов передвижения по туристическому маршруту, если 160 км туристы едут на автобусе, 40 км идут пешком, 60 км плывут на теплоходе и 100 км едут на поезде.

268. Согласно рекомендациям врачей, подросток за день должен потреблять 2800 килокалорий. Рекомендуемый состав пищевых продуктов представлен на круговой диаграмме (рис. 12). Ответьте на вопросы:

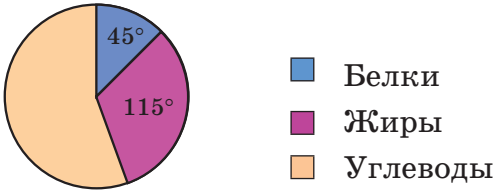


Рисунок 12

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

а) сколько процентов белков должно быть в дневном рационе?

б) сколько килокалорий приходится на углеводы?

269. Постройте круговую диаграмму процентного распределения видов деревьев в саду: яблони — 45 %, груши — 25 %, сливы — 10 %, вишни — 20 %.

270. Постройте круговую диаграмму «Мой режим дня» (сон, гигиенические процедуры, приёмы пищи, занятия в школе, подготовка домашнего задания, занятия в кружках и секциях, свободное время).

В выходных данных книги (на последней странице) указано: «Формат $60 \times 90\frac{1}{16}$». А что это значит? Как определить размер книги по этим данным? Найдите информацию об этом и других форматах книг.

§ 8. Тест для самопроверки

После изучения этой главы я должен:

1. Уметь представлять: проценты в виде десятичной дроби и обыкновенной дроби; обыкновенные дроби и десятичные дроби в виде процентов.

2. Уметь определять вид задачи на проценты.

3. Уметь решать три элементарные задачи на проценты.

4. Уметь решать задачи на проценты на основании элементарных задач.

5. Уметь определять вид пропорциональной зависимости при решении текстовых задач.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Тест

Выберите правильный ответ.

1. Среди следующих чисел найдите равные:
а) 0,1; б) 10 %; в) 1 %; г) 0,001.

2. Верно ли, что для нахождения процента p от числа 200 нужно выполнить следующее действие:
а) $p \cdot 200$; б) $p \cdot 2$; в) $p : 200$; г) $p : 2$?

3. На прогулочном катере 12 детей, что составляет 20 % всех пассажиров. Сколько всего пассажиров на катере:
а) 24; б) 240; в) 60; г) 48?

4. В школьной библиотеке 4000 книг, из них учебники для младших классов составляют 23 %, учебники для старших — 40 %, а остальные книги — художественная литература. На сколько учебников для младших классов меньше, чем художественной литературы?

5. На спортивном празднике все спортсмены перестраивались в различные колонны: сначала по 6 человек в ряду, а затем — по 8. Какова зависимость между длиной колонны и числом спортсменов в одном ряду:
а) прямая пропорциональная;
б) обратно пропорциональная;
в) не является пропорциональной зависимостью;
г) нельзя определить?

6. Двенадцать станков-автоматов выпускают 16 000 батонов хлеба за пятичасовую смену. За сколько часов будет выпущено данное количество батонов хлеба, если число станков станет равным 16:
а) 4 ч; б) 4,45 ч; в) 3,6 ч; г) 3,75 ч?

7. Для украшения школьного зала купили 10 красных, 15 голубых, 20 зелёных шариков и заплатили за всю покупку 9,45 р. Сколько стоили шарики каждого цвета, если цена на все шарики одинаковая:
а) 2,1 р., 3,15 р., 4,2 р.; в) 2,5 р., 3,5 р., 4,4 р.;
б) 2 р., 3 р., 4 р.; г) 2,01 р., 3,15 р., 4,02 р.?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

8. На плане туристического похода расстояние между двумя горными перевалами 4,5 см. Каково это расстояние на местности, если масштаб плана — 1 : 200 000:

а) 90 км; в) 9 км;

б) 22,5 км; г) 2,25 км?

9. Изобразите круговую диаграмму распределения числа выпускников школ, если всего окончили школу 90 человек, 45 из них поступили в университеты, 30 — в колледжи, а остальные обучаются в техникумах.

10. Если 64 м ситца стоят столько же, сколько 40 м сатина, то сколько можно купить ситца вместо 60 м сатина:

а) 90 м; б) 72,5 м; в) 96 м; г) 72 м?

§ 9. Математика вокруг нас

1. Для подкормки орхидей рекомендуется использовать удобрение концентрацией 1 колпачок на 3 л воды. Сколько колпачков удобрения нужно на 20 л воды?

2. *Старинная задача.* В жаркий день 6 косцов выпили бочонок кваса за 8 ч. Сколько косцов за 3 ч выпьют такой же бочонок кваса?

3. В новостях сообщили, что зерновые убраны с 7 млн га, что составляет 87,5 % всей площади, занятой под эти культуры. Сколько гектаров занято зерновыми?

4. До акции 900 г гречки стоило 2 р. 70 к. По акции цена снизилась на 10 %, но в упаковке вместо 900 г стало 800 г. Изменилась ли цена на гречку?

5. Для того чтобы обработать яблоневый сад от вредителей, садовод приобрёл 500 г 40%-го раствора. Но для яблонь нужен 25%-й раствор. Сколько воды нужно добавить в раствор, чтобы не навредить яблоням?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

3 ГЛАВА МНОЖЕСТВО

§ 1. Множество. Элементы множества. Пустое множество

В повседневной жизни, когда говорят о множестве, имеют в виду разное: большое количество людей, городов, друзей и пр. В математике множество рассматривается как набор любого числа объектов любой природы, но чаще всего — математических.

Эти объекты называются **элементами** множеств. Например, множество цифр состоит из десяти элементов: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, а множество чётных простых чисел — из одного элемента — числа 2. Множество чётных делителей числа 15 вообще не содержит ни одного элемента, оно называется **пустым**. Множество может содержать любые элементы, объединённые по какому-то признаку: множество фруктов, яблоко — один из элементов этого множества (рис. 1); множество учащихся класса, любой ученик класса — один из его элементов; множество букв алфавита, буква «к» — один из его элементов; множество натуральных чисел, число 100 — один из его элементов; множество точек на прямой, любая точка на прямой — один из его элементов.

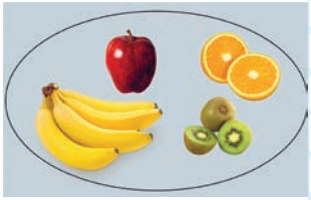


Рисунок 1

Обозначения

Множества обозначаются большими буквами латинского алфавита, а элементы множества указываются в фигурных скобках через запятую.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Например, множество нечётных чисел первого десятка обозначим буквой A, запись будет такой: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Читается так: множество A состоит из элементов 1, 3, 5, 7, 9. Это множество **конечно**, оно содержит несколько элементов. Множество N всех натуральных чисел **бесконечно**, записывается так: $N = \{1, 2, 3, ...\}$. Пустое множество обозначается знаком $\varnothing$.

Например, множество городов с численностью населения больше 26 млн человек является пустым. Действительно, в этом множестве нет элементов, оно пусто. Город с самой большой численностью населения в мире (на 2020-й год) — Шанхай (24 млн 870 тыс.).

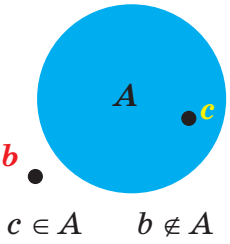


Рисунок 2

Запись $3 \in A$ читается так: элемент три принадлежит множеству A. Это означает, что число 3 содержится во множестве A. Если какой-то элемент не содержится во множестве, то используется знак $\notin$ (рис. 2). Например, $2{,}5 \notin N$. Читается так: число 2,5 не принадлежит множеству натуральных чисел.

1. Как можно назвать множество:
а) цветов, стоящих в вазе;
б) фруктовых деревьев и кустарников, растущих у дома?
Приведите примеры множеств, которые имеют особые названия.

2. Назовите несколько элементов множества:
а) планет Солнечной системы;
б) видов спорта;
в) дней недели;
г) арифметических действий.

3. Перечислите элементы множества:
а) цифр десятичной системы счисления;
б) гласных букв белорусского алфавита.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

4. Запишите множество, перечислив его элементы:
а) множество разных букв в слове «математика»;
б) множество чисел третьего десятка, кратных 3;
в) множество чисел четвёртого десятка, кратных 2.

5. Запишите множество всех натуральных делителей числа:
а) 7; б) 12; в) 45.
Конечным или бесконечным является полученное множество?

6. Запишите множество кратных числа:
а) 10; б) 24.
Конечным или бесконечным является полученное множество?

7. Задайте множество цифр, которыми записывается число:
а) 4253; б) 77 777.

8. Назовите два элемента — названия грибов, принадлежащих множеству съедобных грибов, и два — не принадлежащих этому множеству.

9. Верно ли, что:
а) $0 \in N$; в) $10 \in N$;
б) $\frac{1}{2} \notin N$; г) $0{,}1 \in N$?

10. Запишите следующие утверждения, используя знаки $\in$ и $\notin$:
а) число 7 — натуральное;
б) число 1,2 — не натуральное.

11. Верно ли, что:
а) $50 \in \{5, 10, 15, ..., 95, 100\}$;
б) $125 \in \{1, 4, 9, 16, 25, 36, ...\}$;
в) $1000 \notin \{1, 8, 27, 64, ...\}$;
г) $25 \notin \{2, 4, 6, 8, 10, 12, ..., 60\}$?

12. Верно ли, что следующие множества являются пустыми:
а) множество рек, протекающих по территории Республики Беларусь;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

б) множество океанов, к которым выходит граница Республики Беларусь;

в) множество натуральных чисел, меньших числа 0,9;

г) множество натуральных чисел, меньших числа 12 и кратных числу 12?

13. Даны два множества $A = \{1, 3, 5, 7, 9, ..., 61\}$, $B = \{5, 10, 15, ..., 60\}$. Верно ли, что:

а) $20 \in A$; $20 \in B$; $20 \notin A$; $20 \notin B$;

б) $37 \in A$; $37 \notin A$; $37 \in B$; $37 \notin B$?

14. Решите уравнения, используя зависимость между компонентами действий:

а) $9\frac{5}{6} - \left(m - 1\frac{1}{4}\right) = 3\frac{3}{8}$; б) $\frac{2}{3}x + 4\frac{1}{6} = 5\frac{2}{3}$.

15. Установите порядок действий и выполните действия с десятичными дробями:

$0{,}21 : 5 + 3{,}17 : 8 - 2{,}22 : 16 + 3{,}7 : 4$.

16. Фирма платит рекламным агентам 5 % от стоимости заказа. На какую сумму агент должен найти заказ, чтобы заработать 200 р.?

17. Когда 70 пассажиров заняли в самолёте свои места, остались свободными 65 % всех мест. Сколько пассажиров вмещает самолёт?

18. Среди участников кросса 35 % — учащиеся старших классов, остальные — учащиеся 6–9-х классов, причём их на 60 человек больше, чем старшеклассников. Сколько всего учащихся участвует в кроссе?

Проверь себя!

Назовите пропущенные символы, если $M = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

а) $4 \ldots M$; в) $8 \ldots M$;

б) $1 \ldots M$; г) $10 \ldots M$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

19. Запишите множество, перечислив его элементы:

а) разных букв в слове «треугольник»;

б) чисел пятого десятка, кратных 5.

20. Запишите множество всех натуральных делителей числа:

а) 11; б) 18.

Конечным или бесконечным является полученное множество?

21. Запишите множество чисел, кратных числу:

а) 5; б) 25.

Конечным или бесконечным является полученное множество?

22. Верно ли, что:

а) $63 \in \{13, 23, 33, ..., 93\}$;

б) $20 \notin \{1, 3, 5, 7, ...\}$?

23. Дано множество $A = \{2, 4, 6, 8, ..., 100\}$. Запишите, принадлежит или не принадлежит этому множеству число:

а) 19; б) 42; в) 63; г) 90.

24. Верно ли, что является пустым:

а) множество простых чисел, меньших числа 2;

б) множество составных чисел, имеющих только два делителя?

Промилле — это тысячная часть числа (обозначается ‰). Из 4 т лепестков розы получается 1 кг розового масла. Выразите выход розового масла в промилле.

§ 2. Способы задания множеств

Основными способами задания множеств являются следующие:

1. Перечисление его элементов. Например, $A = \{12, 14, 16, 18\}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Описание свойства, характеризующего элементы множества (говорят: описание характеристического свойства элементов множества).

Например, рассмотрим множество двузначных чисел, кратных пяти. Обозначим это множество B. Тогда $10 \in B$, $45 \in B$, а $12 \notin B$, $105 \notin B$.

Этот способ задания множества требует указания такого признака, который имеется у всех элементов данного множества и не свойственен элементам, не входящим в данное множество (рис. 3).

Описание свойств	Перечисление элементов
P — множество предметов посуды	{чайник; чашка; кастрюля и т. д.}

Рисунок 3

Рассмотрим множество A (его элементы — все дни недели): A = {понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье} и множество C (множество рабочих дней недели): C = {понедельник, вторник, среда, четверг, пятница}. Заметим, что все элементы множества C являются элементами множества A. Говорят, что множество C является подмножеством множества A.

Обозначение $C \subset A$. Читается: множество C есть подмножество множества A.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Подмножество данного множества удовлетворяет двум свойствам:

1. Все элементы подмножества являются элементами данного множества.

2. В подмножестве нет других элементов, кроме элементов данного множества (рис. 4).

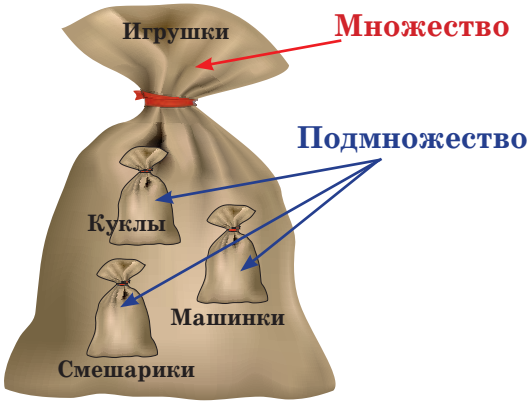


Рисунок 4

Пример. Найдите все подмножества множества $K = \{1, 2, 3\}$.

Решение:

одноэлементные подмножества: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$;

двухэлементные подмножества: $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 3\}$;

трёхэлементные подмножества: $\{1, 2, 3\}$.

Пустое множество является подмножеством данного множества: $\varnothing \subset K$.

Любое множество является подмножеством самого себя. Пустое множество является подмножеством любого множества.

25. Множество C задано описанием свойства, характеризующего его элементы. Задайте это множество, перечислив его элементы:

а) однозначные чётные числа;

б) двузначные нечётные числа, меньшие 20.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

26. Множество задано описанием свойства его элементов. Задайте это множество, перечислив его элементы:

а) множество цифр, которые больше 6;

б) множество двузначных чисел, кратных 10;

в) множество чётных чисел, больших 40, но меньших 60;

г) множество нечётных чисел;

д) множество чётных чисел;

е) множество всех квадратов натуральных чисел.

27. Множество задано описанием свойства его элементов. Задайте это множество, перечислив его элементы:

а) множество двузначных чисел, больших 10 и меньших 30, которые делятся на 2;

б) множество двузначных чисел, больших 30, но меньших 50, которые делятся на 5;

в) множество делителей числа 15;

г) множество чисел, кратных числу 12.

28. Множество задано перечислением элементов. Опишите свойство, характеризующее его элементы:

а) $\{3, 6, 9, 12, \ldots\}$; б) $\{11, 22, 33, \ldots, 88, 99\}$.

29. Задайте множество B описанием свойства, характеризующего его элементы:

а) $B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots\}$;

б) $B = \{12, 22, 32, \ldots, 92\}$.

30. Множество A задано перечислением своих элементов. Опишите свойство, характеризующее его элементы:

а) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$;

б) $A = \{0{,}1; 0{,}01; 0{,}001; 0{,}0001; \ldots\}$;

в) $A = \{10, 15, \ldots, 90, 95\}$;

г) $A = \{1, 8, 27, 64, 125, \ldots\}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

31. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$. Перечислите его подмножества, состоящие из:
а) одного элемента;
б) двух элементов;
в) трёх элементов.

32. Дано множество $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Перечислите все его подмножества, состоящие из:
а) двух натуральных чисел;
б) нечётных натуральных чисел.

33. Запишите все подмножества множества:
а) $C = \{l, m, n\}$; б) $D = \{3, 5, 7, 9\}$.

34. Даны три множества: $A = \{1, 2, 3, \ldots, 49\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$, $C = \{4, 8, 12, 16, \ldots, 48\}$. Верно ли, что:
а) $A \subset B$; в) $C \subset A$;
б) $B \subset C$; г) $C \subset B$?

35. Дано множество $K = \{1, 3, 5, 12, 18, 20\}$. Составьте подмножество множества K из чисел:
а) кратных 2; в) простых.
б) не кратных 3;

36. Запишите множество двузначных чисел, в записи которых каждая из цифр 0, 2, 7 используется только один раз.

37. Запишите несколько подмножеств множества всех двузначных чисел, кратных 13.

38. Даны множества: $A = \{6\}$, $B = \{6, 9\}$, $C = \{3, 6, 9\}$, $D = \{3, 6, 9, 12\}$. Поставьте вместо ... знак $\subset$ или $\not\subset$ так, чтобы получилось верное утверждение:
а) A ... D; в) C ... A;
б) A ... B; г) C ... B.

39. В какой из таблиц зависимость между величинами a и b является прямо пропорциональной, а в какой — обратно пропорциональной?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

а)

a	1	2	3	5
b	3	6	9	15

б)

a	2	4	6	8
b	60	30	20	15

40. Разделите число:
а) 132 в отношении 7 : 5;
б) 180 в отношении 2 : 3 : 4.

41. Найдите масштаб плана участка, если длина отрезка на плане равна 8 см, а длина соответствующего отрезка на местности равна 200 м.

42. Из 150 кг семян льна получается 72 кг масла. Сколько масла получится из 225 кг семян льна?

43. Для перевозки грунта нужно 20 машин грузоподъёмностью 4,5 т. Какое количество машин грузоподъёмностью 6 т необходимо для перевозки этого груза?

Проверь себя!

Известно, что множество N является подмножеством множества M. Назовите пропущенные буквы (N или M):

1. Все элементы множества ... являются элементами множества ... .

2. В множестве ... нет других элементов, кроме элементов множества ... .

44. Множество C задано описанием свойств его элементов: двузначные чётные числа, меньшие 20. Перечислите его элементы.

45. Множество задано описанием свойств его элементов: натуральные числа, большие 40, но меньшие 60, кратные 3. Перечислите его элементы.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

46. Множество задано перечислением своих элементов. Приведите описание свойств, характеризующих его элементы: {7, 14, 21, ... 77}.

47. Даны множества: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Выберите верные утверждения:

а) $A \subset B$; б) $B \subset A$.

48. Даны множества: $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$. Выберите верные утверждения:

а) $C \subset B$; б) $B \subset C$.

49. Дано множество $P = \{3, 5, 7, 20, 23, 35, 37, 40\}$. Составьте подмножество множества P из чисел:

а) кратных 5; в) составных.

б) не кратных 2;

50. Запишите множество двузначных чисел, в записи которых каждая из цифр 0, 3, 9 используется только один раз.

Три хозяйки приготовили одинаковые обеды, каждая для своей семьи, на общей печке. Первая положила в топку 3 полена, вторая — 5, а третья, не имевшая поленьев, предложила им 8 р. Как по справедливости хозяйки должны разделить эти деньги, если дрова прогорели полностью?

§ 3. Операции над множествами (пересечение, объединение)

Рассмотрим множества чисел: $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ и $B = \{8, 9, 10, 11\}$. Элементы 8 и 9 принадлежат как множеству A, так и множеству B. Других общих элементов у этих множеств нет. Рассмотрим множество $C = \{8, 9\}$. Оно состоит из **общих элементов множеств A и B и называется пересечением этих множеств.**

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Обозначение: $C = A \cap B$.

На рисунке 5 множества A и B изображены овалами, их общая часть соответствует пересечению множеств.

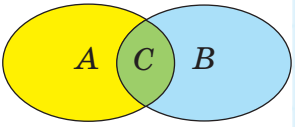


Рисунок 5

Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые являются общими элементами множеств A и B.

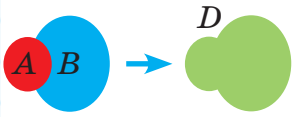


Рисунок 6

Рассмотрим множество D, составленное из элементов множеств A и B, объединим элементы этих множеств:

$$D = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}.$$

Множество D называется **объединением множеств A и B.**

Обозначение: $D = A \cup B$. На рисунке 6 оба овала, изображающие множества A и B, объединены в одну фигуру.

Объединением множеств A и B называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат по крайней мере одному из множеств A или B.

Пример 1. Числа 6 и 15 разложили на простые множители: $6 = 2 \cdot 3$; $15 = 3 \cdot 5$.

Обозначим множества: $M = \{2, 3\}$, $N = \{3, 5\}$. Найдём $M \cap N$ и $M \cup N$.

$M \cap N = \{3\}$, $M \cup N = \{2, 3, 5\}$. Элемент 3 принадлежит и множеству M, и множеству N, но в объединение множеств записываем его только один раз.

Повторяющиеся элементы множества записывают только один раз.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Пример 2. Найдите пересечение и объединение множеств A и B, если $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$.

Решение:

$A \cap B = \varnothing$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

*На рисунке 7 жёлтым цветом выделена та часть множества A, которая не принадлежит множеству B. Она называется разностью множеств A и B.

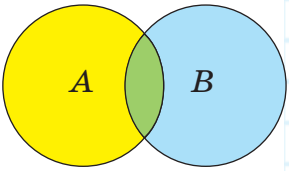


Рисунок 7

Обозначение: $A \setminus B$ — разность множеств A и B.

Разностью множеств A и B называется множество, состоящее из тех элементов множества A, которые не принадлежат множеству B.

Пример 3. Найдите разность:

а) множеств A и B; б) B и A,

если: $A = \{1, 3, 5, 8\}$, $B = \{3, 4, 6, 5\}$.

Решение:

а) $A \setminus B = \{1, 8\}$, так как элементы 1 и 8 принадлежат множеству A, но не принадлежат множеству B;

б) $B \setminus A = \{4, 6\}$, так как элементы 4 и 6 принадлежат множеству B, но не принадлежат множеству A.

***Если множество B является подмножеством множества A, то разность $A \setminus B$** называется **дополнением множества B до множества A** (рис. 8).

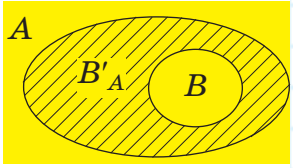


Рисунок 8

Обозначение: B'_A — дополнение множества B до множества A.

Пример 4. Найдите B'_A, если $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{3, 4, 5\}$.

Решение: $B'_A = \{1, 2, 6, 7, 8\}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

51. Верно ли, что для множества букв слова ГРУША и множества букв слова ШАРИК их общими элементами являются {Р, Ш, А}?

52. Укажите для множества букв слова СНЕГУРОЧКА и множества букв слова СНЕГОВИК:
а) их пересечение; б) их объединение.

53. Запишите множество: всех однозначных чисел, кратных 2, и всех однозначных чисел, кратных 3. Найдите их:
а) пересечение; б) объединение.

54. Запишите множество всех делителей чисел 24 и 40. Найдите их:
а) пересечение; б) объединение.

55. Запишите множество: двузначных чисел, кратных числу 18, и двузначных чисел, кратных числу 24. Найдите их:
а) пересечение; б) объединение.

56. Даны два числа: 574 936 и 4 509 123. Укажите для множеств цифр этих чисел:
а) пересечение; б) объединение.

57. Даны множества: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{6, 7\}$. Верно ли, что:
а) $A \cap B = \{3\}$; в) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
б) $A \cap C = \varnothing$; г) $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$?

58. Даны множества: $C = \{2, 5, 9, 11, 15, 19\}$, $D = \{2, 5, 7, 15, 18\}$. Из элементов этих множеств составьте множество, которое было бы:
а) пересечением множеств C и D;
б) объединением множеств C и D.

59. Даны множества: $A = \{10, 15, 18, 23, 29\}$, $B = \{10, 18, 23, 31, 42, 53\}$, $C = \{10, 23, 42, 53\}$. Найдите:
а) $A \cap B$; в) $A \cap C$;
б) $A \cup B$; *г) $A \setminus B$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

60. $A = \{13, 17, 19, 25, 34, 43\}$, $B = \{13, 16, 17, 37, 49\}$, $C = \{16, 17, 34, 37\}$. Найдите:

а) $A \cap B$; в) $A \cap C$; д) $A \cap (B \cup C)$;

б) $B \cup C$; *г) $A \setminus B$; е) $A \cap (B \cap C)$.

61. Для множества двузначных чисел, меньших 15, и множества натуральных чисел, больших 10 и меньших 19, найдите их:

а) пересечение; б) объединение.

62. Найдите пересечение и объединение множеств всех натуральных делителей чисел:

а) 20 и 30; б) 16 и 30; в) 60 и 90.

63. Найдите пересечение и объединение множеств всех натуральных делителей чисел:

а) 12, 15 и 20; б) 18, 27 и 45.

64. Запишите множество простых чисел, больших 19 и меньших 47, и множество простых чисел, больших 31 и меньших 61. Найдите пересечение и объединение полученных множеств.

65. $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f\}$, $C = \{c, e, g, k\}$. Найдите:

а) $(A \cap B) \cap C$; б) $(A \cup B) \cup C$.

66. $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{1, 3\}$, $K = \{2, 4, 5\}$, $T = \{4\}$. Найдите:

а) $M \cap N$, $M \cup N$; в) $M \cap T$, $M \cup T$;

б) $M \cap K$, $M \cup K$; г) $N \cap T$, $N \cup T$.

67. $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{c, d, e, f\}$; $C = \{c, e, g, h\}$. Найдите:

а) $A \cap B$, $A \cup B$; в) $(A \cap B) \cup C$;

б) $A \cap C$, $A \cup C$; г) $(B \cap C) \cup A$.

68. Приведите примеры двух таких множеств A и B, чтобы их объединением было множество $T = \{5, 6, 7, 9, 11, 16, 19\}$, а пересечением — множество $N = \{6, 11, 16\}$. Сколько решений имеет задача?

69. В двух четырёхзначных числах цифры в их записи расположены в порядке возрастания

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

соответствующих им однозначных чисел. Из цифр, которыми записано каждое из чисел, составлены два множества. Пересечением этих множеств является множество {3, 4, 7}, объединением множеств является множество {3, 4, 5, 7, 8}. Найдите заданные четырёхзначные числа.

70. Множества A и B содержат соответственно 5 и 6 элементов, а множество $A \cap B$ — 2 элемента. Сколько элементов в множестве $A \cup B$?

71. Запишите обыкновенные дроби в виде десятичных:

а) $\frac{7}{200}$; б) $\frac{176}{125}$.

72. Выполните анализ компонентов действий, установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

$$1\frac{7}{20} : 2{,}7 + 2{,}7 : 1\frac{7}{20} + \left(\frac{2}{5} : 2{,}5\right)\left(4{,}2 - 1\frac{3}{40}\right).$$

73. Для приготовления стекла берут песок, соду и известь в отношении 25 : 9 : 5. Сколько потребуется каждого вещества, чтобы получить 780 кг стекла?

74. На торговой ярмарке в первый день продано 40 % имевшейся ткани, во второй день — $\frac{5}{8}$ того, что было продано в первый день, а в третий день продана вся оставшаяся ткань. Сколько метров ткани продано за три дня, если в третий день было продано на 144 м больше, чем во второй?

75. От двух станций, находящихся на расстоянии 28 км, одновременно в одном направлении вышли два поезда. Первый поезд шёл со скоростью 53 км/ч и догнал второй поезд через 3,5 ч. Какова скорость второго поезда?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

76. Разность двух чисел равна 1,5, причём 25 % большего числа равны меньшему числу. Найдите эти числа.

77. Сумма трёх чисел равна 170. Первое число в 2 раза больше второго, а третье — на 38 меньше второго. Найдите каждое число.

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые являются ... элементами множеств A и B.

2. Объединением множеств A и B называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат ... ... одному из множеств A или B.

78. Укажите для множества букв слова КОНФЕТА и множества букв слова КОМЕТА:

а) их общие элементы;

б) все их элементы.

79. Найдите пересечение и объединение множеств делителей чисел 60 и 80.

80. Для множеств двузначных чисел, кратных числу 15 и кратных числу 12, укажите:

а) их общие элементы;

б) все их элементы.

81. Даны множества: $A = \{3, 7, 8, 13, 15, 24\}$, $B = \{3, 7, 14, 16, 24, 31, 40\}$. Найдите:

а) $A \cup B$; б) $A \cap B$.

82. Даны множества: $A = \{2, 3, 8\}$, $B = \{2, 3, 8, 11\}$, $C = \{5, 11\}$. Найдите:

а) $A \cap B$, $A \cup B$; в) $C \cap B$, $C \cup B$;

б) $A \cap C$, $A \cup C$; г) $A \cap (B \cap C)$.

83. Найдите пересечение и объединение множеств делителей чисел 18 и 45.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

84. Найдите пересечение и объединение трёх множеств: всех делителей чисел 24, 30 и 45.

85. Запишите множество составных чисел, больших 5 и меньших 17, и множество составных чисел, больших 8 и меньших 21. Найдите пересечение и объединение полученных множеств.

86. Приведите примеры двух таких множеств A и B, чтобы их объединением было множество $T = \{3, 4, 7, 12, 18, 20, 34\}$, а пересечением — множество $N = \{7, 18\}$. Сколько решений имеет задача?

Строительная компания намерена вырубить лес, состоящий из елей и сосен. Сосны составляют 1 % леса. Экологи были успокоены расчётами строителей: вырубать будут только ели, а после вырубки сосны составят 2 %. Как изменится общее количество деревьев после вырубки? Придумайте аналогичную задачу для друзей.

§ 4. Круги Эйлера*. Решение задач с помощью кругов Эйлера

Для изображения операций над множествами мы уже использовали круги или овалы. Применять их предложил выдающийся математик Леонард Эйлер (1707–1783). В одной из своих работ он писал, что круги «очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления». Эти круги назвали *кругами Эйлера*. Рассмотрим некоторые задачи, решению которых помогают круги Эйлера.

Задача 1. Все учащиеся 6-го класса занимаются либо теннисом, либо плаванием. Теннисом занимаются 15 человек, а плаванием — 19, и теннисом, и плаванием занимаются 10 человек. Сколько всего учащихся в классе?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Решение: изобразим два пересекающихся круга (рис. 9). Один из них изображает теннисистов, а второй — пловцов; их объединение соответствует всем учащимся класса, а пересечение — тем учащимся, которые занимаются и теннисом, и плаванием. Объединение множеств содержит все элементы множества $П$ и все элементы множества $Т$ без элементов их пересечения, так как множество не должно содержать одинаковых элементов, а пересечение содержит элементы, входящие и во множество $П$, и во множество $Т$. Таким образом, число элементов пересечения при сложении числа элементов каждого множества подсчитывается дважды.

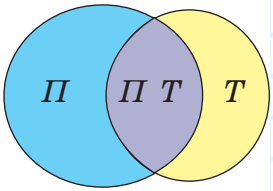


Рисунок 9

Тогда число всех учащихся класса равно:

$$19 + 15 - 10 = 24.$$

Ответ: в классе 24 учащихся.

Задача 2. В классе 25 человек, 15 из них занимаются спортом, а 13 — музыкой. Сколько человек в классе занимаются и спортом, и музыкой?

Решение: используем рассуждение предыдущей задачи: число всех учащихся класса (число элементов объединения двух множеств) равно сумме числа элементов этих множеств без числа элементов их пересечения (рис. 10).

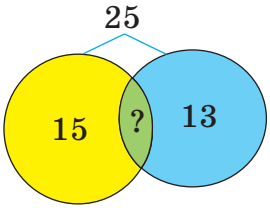


Рисунок 10

Обозначим число элементов пересечения через x, получим:

$$25 = 13 + 15 - x, \text{ откуда } x = 3.$$

Ответ: спортом и музыкой занимаются 3 человека в классе.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Задача 3. **В группе туристов 18 человек владеют английским языком, 17 — французским, 17 — немецким, 10 — французским и немецким языками, 6 человек — английским и немецким, 3 человека — французским и английским. Один человек знает все три языка. Сколько туристов в группе?**

Решение: условие задачи изображено с помощью кругов Эйлера на рисунке 11. Нужно найти число элементов в объединении всех трёх множеств. В пересечение каждых двух множеств общие элементы входят дважды, поэтому при подсчёте числа всех туристов группы из суммы элементов всех множеств нужно вычесть число элементов пересечения каждых двух множеств. При этом трижды вычитается число элементов из пересечения всех трёх множеств. Поэтому количество элементов в пересечении всех трёх множеств нужно добавить к предыдущему выражению. Тогда число всех туристов группы равно:

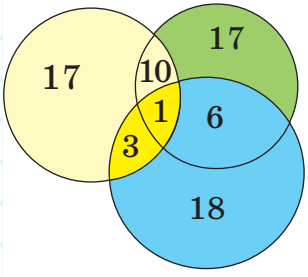


Рисунок 11

$$18 + 17 + 17 - 10 - 6 - 3 + 1 = 34.$$

Ответ: 34 туриста в группе.

87. Множество A состоит из 70 элементов (рис. 12), множество B — из 100 элементов, а множество $A \cap B$ — из 25 элементов. Используя модель условия задачи с помощью кругов Эйлера, найдите:

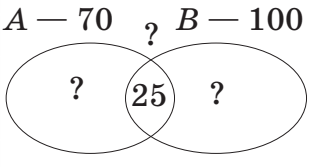


Рисунок 12

а) сколько элементов принадлежит множеству A, но не принадлежит множеству B;

б) сколько элементов принадлежит множеству B, но не принадлежит множеству A.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

88. Среди 10 напитков 5 содержали апельсиновый сок, а 8 — яблочный. Объясните ситуацию с помощью кругов Эйлера. Решите задачи, используя модель с помощью кругов Эйлера.

89. В классе 15 девочек. Из них 10 занимаются музыкой и 8 — танцами. Сколько девочек занимается и музыкой, и танцами?

90. В отделении банка работают 36 человек. В перерыве 23 из них пьют кофе, 18 едят бутерброды. Сколько сотрудников банка пьют кофе с бутербродом?

91. Группа шестиклассников отправилась на экскурсию. Среди них 18 изучают английский язык, 12 — немецкий. Из них 5 человек изучают и английский язык, и немецкий. Сколько всего шестиклассников в группе?

92. Множество A состоит из 26 элементов (рис. 13), только во множество B входит 5 элементов, только во множество C — 4 элемента, а множество $B \cap C$ состоит из 13 элементов. Используя модель условия задачи с помощью кругов Эйлера, найдите:

а) сколько элементов принадлежит множеству B;

б) сколько элементов принадлежит множеству C;

в) сколько элементов принадлежит множеству $B \cup C$;

г) сколько элементов множества A не принадлежит $B \cup C$?

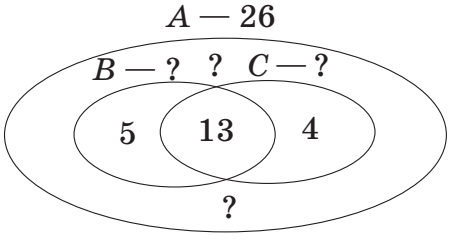


Рисунок 13

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

93. Среди одноклассников Марины 15 человек любят читать фэнтези, 12 человек — детективы, 3 — с удовольствием читают и то, и другое, а один не читает ни фэнтези, ни детективы. Сколько учащихся в классе Марины?

94. Из 50 семей одного дома 38 выписывают газеты, 24 — журналы, 15 семей — и газеты, и журналы. Сколько семей не выписывают журналы и газеты?

95. Из 30 учащихся 6-го класса 19 любят квас, 17 — лимонад, а 8 — и квас, и лимонад. Сколько учащихся не любят ни квас, ни лимонад?

96. При социологическом опросе выяснилось, что из 100 семей у 78 есть ноутбуки, у 85 — планшеты, а у 8 семей нет ни ноутбука, ни планшета. У скольких семей есть и ноутбук, и планшет?

97. На каникулах только в лыжный поход ходили 8 учащихся класса, а только на каток — 12 учащихся, причём каждый учащийся класса где-то побывал. Сколько учащихся было и в походе, и на катке, если всего в классе 25 человек?

98. Из 28 шестиклассников, выполнявших самостоятельную работу, 13 решили и задачу, и задание с диаграммой, 7 — только задачу, 5 — только задание с диаграммой. Сколько учащихся не решили ни задачу, ни задание с диаграммой?

99. Множество A состоит из 20 элементов (рис. 14), множество B — из 17 элементов, множество C — из 15 элементов. Известно также, что $A \cap B = 9$, $A \cap C = 8$, $B \cap C = 7$, а $(A \cap B) \cap C = 3$. Используя модель условия задачи с помощью кругов Эйлера, найдите:
а) сколько элементов принадлежит только множеству $A \cap B$, но не принадлежит множеству C;

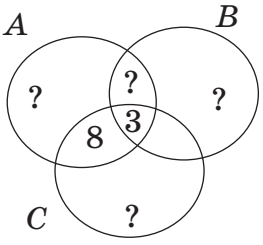


Рисунок 14

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

б) сколько элементов принадлежит множеству A, но не принадлежит множеству B;
в) сколько элементов принадлежит множеству B, но не принадлежит множеству A;
г) сколько элементов принадлежит только множеству A;
д) сколько элементов принадлежит только множеству B;
е) сколько элементов принадлежит только множеству C;
ж) сколько элементов принадлежит $A \cup B \cup C$?

100. Сколько детей в лагере отдыха жили вместе в одном блоке, если 6 из них любят щи, 5 — борщ, 5 — рассольник, 3 — щи и борщ, 2 — щи и рассольник, 2 — борщ и рассольник, а 1 любит щи, борщ и рассольник?

101. Все участники экскурсии владеют хотя бы одним иностранным языком. 16 из них — английским, 15 — немецким, 13 — французским, 9 — английским и немецким, 6 — немецким и французским, 4 — французским и английским, 2 — всеми тремя языками. Сколько экскурсантов в группе?

102. В спортивной секции по хоккею 37 учащихся 6-х классов. Каждый из них, когда едет на тренировку, пользуется хотя бы одним видом городского транспорта: метро, автобусом, троллейбусом. Всеми тремя видами транспорта пользуются 7 человек, метро и автобусом — 14, метро и троллейбусом — 12, троллейбусом и автобусом — 10. Сколько учащихся пользуется только одним видом транспорта?

103. В группе детского сада 25 детей. Из них 7 детей любят груши, 11 — яблоки, 2 — груши и яблоки, 6 — груши и апельсины, 5 — апельсины

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

и яблоки. В группе два ребёнка любят все фрукты и четверо таких, кто не любит никакие из этих фруктов. Сколько детей этой группы любят апельсины?

104. Запишите координаты точек, отмеченных на координатном луче (рис. 15).

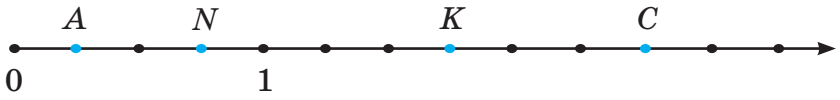


Рисунок 15

105. Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным длине 5 клеток. Изобразите точки с координатами: $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{5}$; $1\frac{2}{5}$; 1,8; 2,1.

106. Решите уравнение:

а) $14{,}08 - (52{,}3 - x) = 1{,}003$;

б) $(0{,}34 - x) : 0{,}01 = 6$;

в) $6{,}4 \cdot (x - 2{,}09) = 6{,}528$;

г) $5{,}3x + 1{,}8 = 134{,}3$.

107. Как изменится количество роз, которое Денис может купить маме на имеющуюся у него сумму денег, если цена розы:

а) увеличится в 1,5 раза;

б) уменьшится в 2 раза?

108. Бабушка для семейного обеда и ужина испекла 40 пирожков, из которых 25 съели за обедом. Сколько процентов всех пирожков съели за обедом?

109. Из двух городов, расстояние между которыми 648 км, выехали одновременно навстречу друг другу легковая и грузовая машины. Скорость легковой машины — 90 км/ч, а скорость грузовой машины составляет 80 % скорости легковой. Через сколько часов машины встретятся?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

110. За три года из списка для чтения Толя прочитал 38 книг. В первый год он прочитал в 2 раза меньше книг, чем во второй, а в третий год — в 1,75 раза больше, чем в первый. Сколько книг читал Толя ежегодно?

Проверь себя!

Назовите пропущенное слово:

Число элементов объединения двух пересекающихся множеств равно сумме числа элементов двух множеств без ... их пересечения.

111. У бабушки в июле гостили 4 внука, а в августе — 3. Всего же у бабушки 5 внуков. Может ли такое быть? Объясните ситуацию с помощью кругов Эйлера.

112. Среди 9 котят 6 пушистых и 5 серых. Сколько среди этих котят пушистых и серых одновременно?

113. В подъезде дома живут 20 школьников. 12 из них выписывают журнал «Юный спасатель», 8 — журнал «Вокруг света», а 5 — не выписывают журналов. Сколько школьников выписывают оба журнала?

114. Из 28 мальчиков 6-х классов 17 посещают секцию футбола, 12 — секцию плавания, 5 — обе секции. Сколько мальчиков не посещают эти секции?

115. По плану застройки участок площадью 1396 м^2 состоит из двух пересекающихся прямоугольников, их пересечение отведено под автостоянку. Площадь первого прямоугольника равна 968 м^2, площадь второго — 586 м^2. Найдите площадь участка, отведённого под автостоянку.

116. За время летних каникул 15 дней шёл дождь, 9 дней дул сильный ветер, а 7 дней было холодно.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Сколько дней была плохая погода, если: дождливых и ветреных дней было 6, дождливых и холодных — 4 дня; ветреных и холодных — 3; дождливых, ветреных и холодных — 2 дня?

117. Множество A состоит из 70 элементов (рис. 16), множество B — из 100 элементов, а множество $A \cap B$ — из 12 элементов. Используя модель условия задачи с помощью кругов Эйлера, найдите:

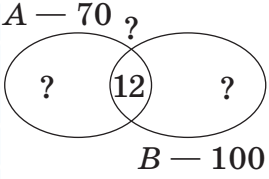


Рисунок 16

а) сколько элементов принадлежит множеству A, но не принадлежит множеству B;

б) сколько элементов принадлежит множеству B, но не принадлежит множеству A;

в) сколько элементов принадлежит $A \cup B$.

Площади круга и квадрата составляют соответственно 70 % и 60 % площади их объединения. Сколько процентов площади квадрата находится вне круга?

§ 5. Тест для самопроверки

После изучения этой главы я должен:

1. Уметь применять понятия: элемент множества, пустое множество, подмножество, конечное, бесконечное множество, пересечение, объединение множеств; записывать отношения между элементами множеств, множествами.

2. Уметь находить пересечение множеств.

3. Уметь находить объединение множеств.

4. Уметь задавать множество перечислением его элементов и указанием характеристического свойства его элементов.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

5. Решать задачи на пересечение и объединение множеств.

Тест

1. Выберите верные утверждения:

а) $0{,}5 \subset A$; в) $B \subset A$;

б) $255{,}3 \in A$; г) $A \subset B$,

если $A = \{0{,}5;\ 20;\ 100;\ 255{,}3\}$, $B = \{20;\ 100\}$.

2. Найдите множество C — пересечение двух множеств: $A = \{5;\ 10;\ 100;\ 200;\ 300\}$, $B = \{10;\ 100;\ 400\}$.

а) $C = \{10;\ 200\}$; в) $C = \{20;\ 100;\ 300\}$;

б) $C = \{100;\ 200\}$; г) $C = \{10;\ 100\}$.

Выберите правильный ответ.

3. Найдите множество $D = A \cup B$, если $A = \{5;\ 10;\ 100;\ 200;\ 300\}$, $B = \{10;\ 100;\ 400\}$:

а) $D = \{5;\ 10;\ 100;\ 100;\ 200;\ 300;\ 400\}$;

б) $D = \{10;\ 100\}$;

в) $D = \{10;\ 10;\ 100\}$;

г) $D = \{5;\ 10;\ 100;\ 200;\ 300;\ 400\}$.

Выберите правильный ответ.

4. Задайте множество перечислением его элементов: множество двузначных чисел, кратных 7, которые при делении на 5 дают в остатке 1:

а) $\{21;\ 56\}$; в) $\{21;\ 36;\ 63\}$;

б) $\{15;\ 21\}$; г) $\{21;\ 56;\ 91\}$.

5. Решите задачу. Каждый из учащихся класса занимается в кружках: 15 человек — в математическом, 10 — в географическом и 9 — в кружке робототехники, 6 человек — в математическом и географическом, 5 — в географическом и робототехники, 3 — в математическом и робототехники. Один человек посещает все три кружка. Сколько человек в классе?

а) 34; б) 20; в) 19; г) 21.

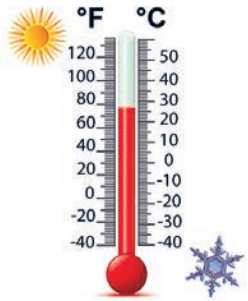
Выберите правильный ответ.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

4 ГЛАВА РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 1. Положительные и отрицательные числа. Координатная прямая

При решении различных задач мы определяем величины, о которых идёт речь в задаче, значения величин, зависимости между ними, выполняем действия с числами и находим неизвестные значения величин. Они выражаются числами: натуральными, дробными или нулём.



Из практики нам известно, что многие величины могут изменяться в двух противоположных направлениях. Например, когда говорят о погоде, называют температуру воздуха: +20°, «плюс 20 °С», что означает достаточно тепло, а температура −20°, «минус 20 °С», означает, что достаточно холодно.

Оценка доходов тоже связана с двумя противоположными направлениями их изменения: прибыль обозначается положительным числом, а убыток — отрицательным.

Для изучения положительных и отрицательных чисел рассмотрим координатную **прямую**. Это прямая **с началом отсчёта, единичным отрезком и положительным направлением, отмеченным стрелкой.**

Чтобы построить координатную прямую, нужно:

1. На прямой отметить точку O — начало отсчёта, ей соответствует число 0.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Выбрать положительное направление и отметить его стрелкой.

3. В положительном направлении отложить единичный отрезок (как на координатном луче) (рис. 1).

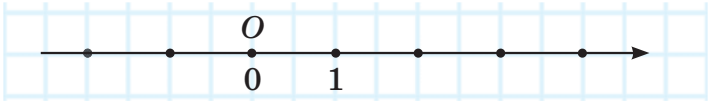


Рисунок 1

Положительные числа обозначаются знаком «+» или записываются без знака. Чтобы отметить положительное число, например число 3, нужно отложить от точки O три единичных отрезка в положительном направлении (в нашем случае — вправо) и в конце последнего записать число 3 (рис. 2).

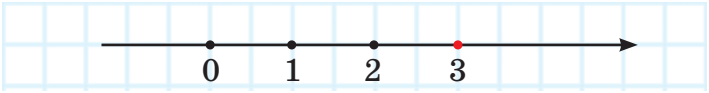


Рисунок 2

Отрицательные числа обозначаются знаком «−», например, -3; $-4{,}6$; $-\frac{1}{2}$. Читается: «минус три», «минус четыре целых шесть десятых», «минус одна вторая». Чтобы отметить на координатной прямой отрицательное число, например число -2, нужно отложить от точки O два единичных отрезка в направлении, противоположном положительному (в нашем случае — влево) и в конце последнего записать число -2 (рис. 3).

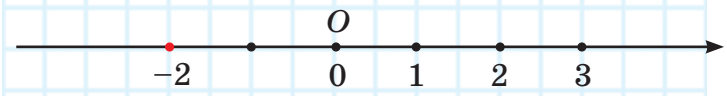


Рисунок 3

На координатной прямой отмечаются также дробные числа, положительные и отрицательные.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Число 0 не является ни положительным, ни отрицательным.

Координата точки — это число, которое соответствует положению точки на координатной прямой.

Точке M (рис. 4) соответствует число 2, записывают $M(2)$; читают так: точка M имеет координату, равную двум. Запись $B(-4{,}5)$ читается: точка B имеет координату $-4{,}5$. Точке O соответствует число 0.

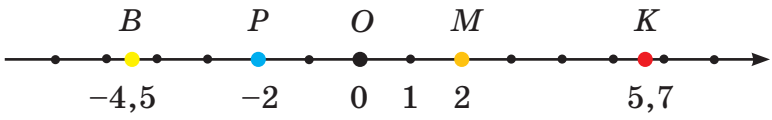


Рисунок 4

1. Запишите с помощью знаков «+» и «−» информацию Гидрометцентра:

а) 21° тепла;
б) 15° мороза;
в) 10° ниже нуля;
г) 2° выше нуля.

2. Назовите числа: $+7$; -19; 0; $-0{,}4$; $+2\frac{1}{4}$; $-1\frac{7}{9}$. Какие из них:

а) положительные;
б) отрицательные;
в) не являются ни положительными, ни отрицательными?

3. Запишите показания термометра (рис. 5). Какую температуру будет показывать термометр, если она:

а) увеличится на 10°;
б) уменьшится на 15°;
в) станет выше на 5°;
г) станет ниже на 10°?

Рисунок 5

4. Запишите 3 числа:

а) положительных;
б) отрицательных;
в) натуральных.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

5. Запишите координаты точек A, B, C, D, F и K (рис. 6).

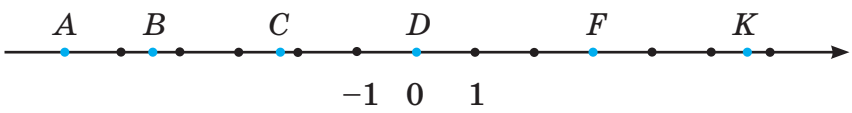


Рисунок 6

6. Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 2 клетки. Отметьте на прямой точки: $A(+3)$, $B(-2)$, $C(5)$, $D(-4\frac{1}{2})$, $E(1{,}5)$.

7. Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 8 клеток. Отметьте на этой прямой точки с координатами: $+\frac{1}{8}$; $-\frac{3}{8}$; $-1\frac{5}{8}$.

8. Сколько точек с целыми отрицательными координатами расположено на координатной прямой правее точки $A(-3)$?

9. Укажите какое-либо отрицательное число, которое расположено на координатной прямой:
а) правее точки $A(-1)$;
б) левее точки $B(-13)$.

10. Запишите два числа, расположенных на координатной прямой:
а) правее числа -10, но левее числа -6;
б) левее числа $-15{,}5$, но правее числа -16.

11. Назовите координаты каких-либо трёх точек, расположенных между точками:

а) $A(-4)$ и $K(1)$;
в) $B(-3\frac{1}{2})$ и $D(-\frac{1}{2})$;
б) $M(-0{,}5)$ и $N(0{,}5)$;
г) $K(-2)$ и $L(-4)$.

12. Запишите числа, которые на координатной прямой находятся на расстоянии:
а) 4 единицы от числа -7;
б) 8 единиц от числа 3;
в) 8 единиц от числа -3.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

13. Выберите единичный отрезок и отметьте на координатной прямой точки: $M(-50)$, $N(30)$, $T(-75)$.

14. Представьте запись процентов в виде десятичных дробей: 72 %; 3 %; 345 %; 0,4 %; 800 %; 9,6 %; 0,02 %.

15. Выразите в процентах числа: 1; 8; 0,4; 0,15; 0,02; 1,54; 2,043; 0,078.

16. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его ширина 3,5 см и составляет $\frac{5}{7}$ высоты, а длина в 2,4 раза больше его высоты.

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

Координатная прямая — это прямая с ... отсчёта, ... отрезком и ... направлением, отмеченным ... .

17. Изобразите термометр и отметьте на нём следующие показания:

а) $-10°$, $+30°$, $-40°$, $-2°$, 10 °C;

б) $-5°$, $+35°$, $-45°$, $-25°$, 15 °C.

18. Запишите координаты точек K, T, C, N и M (рис. 7):

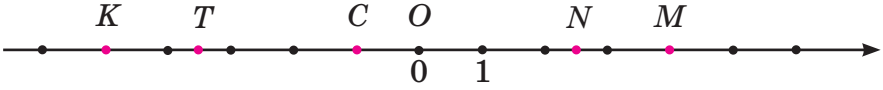


Рисунок 7

19. Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 1 см. Отметьте на этой прямой точки с координатами:

а) 3; -1; -4; 1; -5;

б) $-0,6$; $+\frac{2}{5}$; $-1,2$; 1,1; $-\frac{4}{5}$; 1,5.

В математическом кружке девочек больше 40 %, но меньше 50 % от всех участников кружка. Какое наименьшее число участников кружка может быть при этих условиях?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 2. Модуль числа. Противоположные числа. Множество целых чисел. Множество рациональных чисел

Рассмотрим точки A и B (рис. 8). На координатной прямой они находятся на одинаковом расстоянии от начала отсчёта, равном двум единичным отрезкам. Точка C находится от начала отсчёта на расстоянии, равном 2,5 единичного отрезка, а точка D — на расстоянии, равном четырём единичным отрезкам.

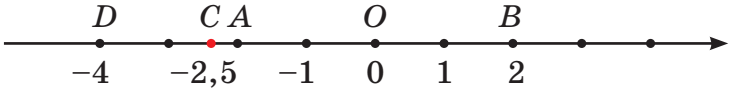


Рисунок 8

В математике расстояние от точки, соответствующей некоторому числу на координатной прямой, до начала отсчёта называется модулем числа.

Модулем числа называется расстояние от начала отсчёта до точки, изображающей это число. Так как каждому числу соответствует точка на координатной прямой, то говорят, что модуль числа равен расстоянию от начала отсчёта до этого числа.

Пример 1. Найдите модуль числа:

а) $-3,5$; б) -5; в) $12,4$.

Решение:

а) модуль числа $-3,5$ равен $3,5$, так как расстояние от начала отсчёта до числа $-3,5$ равно $3,5$;

б) модуль числа -5 равен 5, так как расстояние от начала отсчёта до числа -5 равно 5;

в) модуль числа $12,4$ равен $12,4$, так как расстояние от начала отсчёта до числа $12,4$ равно $12,4$.

Для понятия модуля числа вводится обозначение $|-4,6| = 4,6$, читается: модуль числа $-4,6$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

равен числу 4,6; $|7| = 7$, читается: модуль числа 7 равен числу 7; $|0| = 0$, читается: модуль числа 0 равен числу 0.

Вывод:

- модуль **положительного** числа есть число **положительное;**
- модуль **отрицательного** числа есть число **положительное;**
- модуль **числа нуль** равен **нулю.**

Рассмотрим числа 2 и −2 (рис. 9). Заметим, что они имеют одинаковые модули, т. е. находятся на одинаковом расстоянии от начала отсчёта, но по разные стороны от него, т. е. имеют разные знаки. Такие числа называются противоположными.

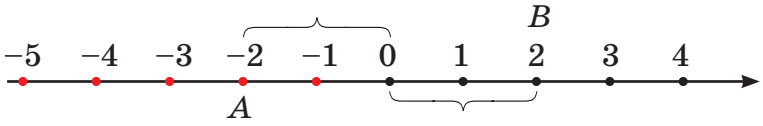


Рисунок 9

Противоположными числами называются числа, имеющие равные модули, но разные знаки.

Например, числа 6 и −6; −5,7 и 5,7; −0,3 и 0,3; $\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$. Число 0 противоположно самому себе.

Запись «$-a$» можно прочитать «минус a». Эту же запись можно прочитать: «число, противоположное числу a».

Пример 2. Прочитайте выражение: $-(-4)$ и замените его равным.

Ответ: запись $-(-4)$ можно прочитать так: число, противоположное числу −4, оно равно 4. Значит, $-(-4) = 4$.

Множество, состоящее из всех натуральных чисел, им противоположных и числа нуль, называется множеством целых чисел.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

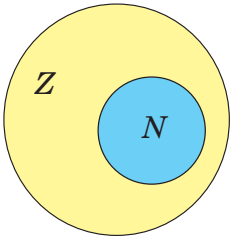


Рисунок 10

Обозначается это множество буквой $\boldsymbol{Z}$. С помощью кругов Эйлера (рис. 10) показано соотношение между множеством целых и множеством натуральных чисел.

Пример 3. Верно ли, что:

а) $N \subset Z$; б) $-2 \in Z$; в) $5 \in Z$?

Решение:

а) верно, так как все элементы множества натуральных чисел являются элементами множества целых чисел, все натуральные числа — целые;

б) верно, так как -2 является целым числом;

в) верно, так как число 5 — целое число.

Множество, состоящее из всех целых и дробных чисел, называется множеством рациональных чисел. Обозначается это множество буквой $\boldsymbol{Q}$.

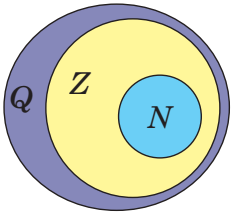


Рисунок 11

С помощью кругов Эйлера (рис. 11) показано соотношение между множествами рациональных, целых и натуральных чисел.

Пример 4. Верно ли, что:

а) $N \subset Q$; б) $-2 \in Q$; в) $\frac{2}{3} \in Q$?

Решение:

а) верно, так как все элементы множества натуральных чисел являются элементами множества рациональных чисел, все натуральные числа — рациональные;

б) верно, так как -2 является целым числом, а множество целых чисел есть подмножество множества рациональных чисел;

в) верно, так как число $\frac{2}{3}$ — дробное.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Слово «рациональное» происходит от латинского *ratio* — отношение, деление, дробь. Действительно, всякое рациональное число можно представить в виде дроби $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$. Например, $5 = \frac{5}{1}$; $-6 = \frac{-6}{1}$; $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$; $0{,}5 = \frac{1}{2}$.

19. Прочитайте выражение в левой части равенства и запишите правую часть равенства:

а) $|-19| = \ldots$; $|7{,}4| = \ldots$; $\left|-3\frac{5}{11}\right| = \ldots$; $|0| = \ldots$; $\left|\frac{1}{6}\right| = \ldots$;

б) $|23| = \ldots$; $|-0{,}38| = \ldots$; $|0| = \ldots$; $|6{,}2| = \ldots$; $\left|-2\frac{1}{3}\right| = \ldots$.

20. Найдите модуль для каждого из следующих чисел:

а) 9; -7; $+4{,}2$; $-0{,}5$; $\frac{2}{3}$; 0; $-10\frac{1}{3}$;

б) -12; 21; 0; $-3\frac{2}{7}$; $+1{,}9$; $-0{,}75$.

Прочитайте полученное равенство.

21. Какому из чисел равен модуль числа $-1{,}6$:
а) $-1{,}6$; б) $6{,}1$; в) $1{,}6$?

22. На координатной прямой найдите числа, которые от начала отсчёта находятся на расстоянии:

а) 6; б) 24; в) 0; г) 2,5; д) $\frac{3}{5}$.

23. Выберите из чисел $7{,}02$; $-0{,}702$; 702; $-70{,}2$; -702; $70{,}2$; $-7{,}02$; $0{,}702$ те, модули которых равны, и запишите их.

24. Найдите значение выражения $|x|$, если: $x = -14{,}1$; $32{,}5$; -63; $\frac{7}{12}$; $-5\frac{1}{3}$.

25. Прочитайте следующие выражения и найдите их значение:

$|-4| + |-8|$; $|15| - |-7|$; $|-32| \cdot |-10|$; $|1{,}2| : |+4|$; $\left|\frac{6}{7}\right| \cdot \left|-\frac{7}{6}\right|$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

26. Найдите значение выражения:

а) $|a| + |b|$, если $a = -1{,}7$, $b = 3\frac{2}{5}$;

б) $|a| \cdot |b|$, если $a = 2{,}2$, $b = -6{,}15$.

27. Запишите с помощью обозначения модуля числа выражение:

а) сумма модулей чисел: -16 и $+2$; $-6{,}3$ и $-0{,}7$; $\frac{5}{9}$ и $-\frac{1}{3}$;

б) модуль суммы чисел: 25 и 0,5; 3 и $4\frac{1}{3}$; 0,001 и 0,1.

28. Найдите сумму, разность, произведение, частное модулей чисел -20 и 0,2.

29. На рисунке 12 найдите точки, модули координат которых равны:

а) 1; б) 2,5; в) 0; г) 3,5.

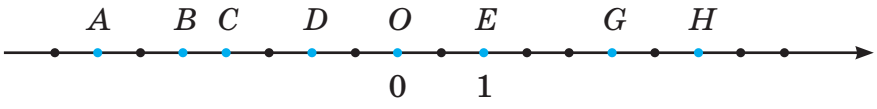


Рисунок 12

30. Найдите числа, если их модуль равен: 180; 0,46; 0; $9\frac{5}{11}$; 13,2.

31. Из каждой пары чисел выберите число с бóльшим модулем: -1 и -10; 10 и 1; $-6{,}5$ и $-8{,}3$; -17 и 7; $-2\frac{1}{3}$ и 0; $4\frac{1}{2}$ и -7.

32. Расположите числа в порядке возрастания их модулей:

а) 3,2; $-2{,}5$; -3; 3,08; $-4{,}2$; 0;

б) $-1\frac{3}{7}$; 0; $2\frac{3}{8}$; $-\frac{2}{5}$; 1,5; -2.

33. Среди чисел 11,1; $-1{,}11$; $-11{,}1$; -111; 1,11; 111 найдите пары противоположных.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

34. Вместо точек запишите такое число, чтобы получились пары противоположных чисел: 5 и ... ; -17 и ... ; $+2{,}9$ и ... ; m и ... .

35. Отметьте на координатной прямой данные числа и им противоположные:

а) $4;\ -2{,}5;\ \frac{1}{2};\ -0{,}25;\ -1{,}1;\ 1{,}8;$

б) $-6;\ 3\frac{1}{2};\ -1{,}5;\ 0;\ -3{,}5;\ -4{,}6.$

36. На координатной прямой отмечены точки $M(2)$ и $N(-2)$ (рис. 13 *а*, *б*). Можно ли определить начало отсчёта и единичный отрезок? Если можно, определите.

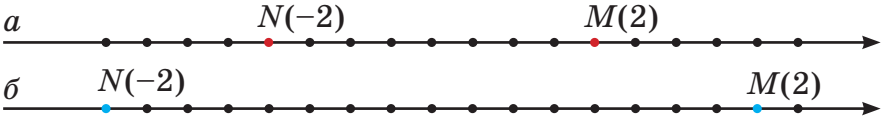


Рисунок 13

37. Для чисел $9;\ \frac{1}{6};\ 0{,}8;\ 2\frac{1}{2}$ запишите им:

а) противоположные; б) обратные.

38. Заполните таблицу, используя понятие противоположного числа:

a	$+1$	-3	8	-6	0			
$-a$						20	-10	$+35$

39. Вместо многоточия «...» запишите число, чтобы полученное равенство было верным:

а) $-(-60) = \ldots$; в) $-(-305) = \ldots$;

б) $8{,}2 = -\ldots$; г) $5\frac{4}{5} = -\ldots$.

40. Используйте обозначение противоположного числа для записи верного равенства:

а) $-(-12{,}7) = \ldots$; в) $0{,}8 = -(\ldots)$;

б) $-\left(+\frac{4}{11}\right) = \ldots$; г) $-(-(-9)) = \ldots$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

41. Используйте обозначение противоположного числа и получите верное равенство:

а) $-(+k) = \ldots$; в) $-(+(-m)) = \ldots$;

б) $-(-n) = \ldots$; г) $-(-(-b)) = \ldots$.

42. Найдите значение выражения:

а) $-m$, если $m = 11; -9{,}3; \frac{1}{2}; -500$;

б) n, если $-n = 14; -3\frac{1}{3}; 90; -20{,}02$.

43. Положительным или отрицательным является число $-b$, если известно, что число b:

а) положительное;

б) отрицательное;

в) равно нулю?

44. Решите уравнение, используя определение противоположного числа:

а) $-x = 4{,}2$; б) $-x = -9$; в) $-(-x) = 10$.

45. Известно, что $|x| = 7$. Определите значение выражения $|-x|$.

46. Найдите из следующих утверждений верные:

а) $-2 \in N$; в) $-5 \in Z$; д) $-3 \in Q$;

б) $9 \in Z$; г) $-4{,}1 \in Z$; е) $\frac{3}{4} \in Q$.

47. Представьте следующие числа в виде дроби $\frac{m}{n} \in Z$, где $m \in N$, $n \in N$:

а) $1;\ 9;\ 0;\ 0{,}7;\ 2{,}5;\ 7\frac{5}{6}$;

б) $13;\ 0{,}25;\ 4{,}2;\ 0;\ 2\frac{1}{8}$.

48. Какие целые числа на координатной прямой расположены между числами: -8 и -4; -5 и 0; -3 и 3; $-\frac{3}{7}$ и $\frac{3}{7}$?

49. Между какими последовательными целыми числами на координатной прямой расположены числа: $3{,}8; -5; \frac{1}{7}; 6{,}01; -0{,}3; -18\frac{7}{9}$?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

50. Можно ли определить, какое из следующих чисел: b или $-b$ — расположено справа от нуля на координатной прямой?

51. Решите уравнения, используя определение модуля числа: $|x| = 0$; $|x| = 7{,}2$; $|x| = -2$; $|x| = -0{,}5$; $|x| = 4{,}5$; $|x + 1| = 0$.

52. Сравните числа, используя правило сравнения десятичных дробей:

а) 0,203 и 0,032;
в) 8,039 и 8,04;
б) 3,5 и 4,5;
г) 0,08 и 0,079.

53. Установите порядок действий и найдите значение числового выражения: $(7{,}5 \cdot 48 + 8{,}2 \cdot 90{,}5 + 381{,}9) : (254{,}1 : 4{,}2 - 39{,}3) - 46{,}95$.

54. Для выпечки 3 одинаковых пирогов нужно 1,2 кг яблочного джема. Сколько килограммов яблочного джема нужно для выпечки 2 пирогов?

55. Кенгуру пробегает 600 м за 0,6 мин. Какое расстояние пробежит кенгуру за 1,5 мин, если будет бежать с той же скоростью?

56. Бригада плиточников за час укладывает 6 м^2 плитки и выполняет работу за 20 ч. Сколько квадратных метров плитки нужно укладывать за час, чтобы выполнить эту же работу за 15 ч?

Решите задачи, используя различные модели их условия:

57. Периметр первого прямоугольника — 36 дм, периметр второго составляет 80 % от периметра первого. Чему равна площадь каждого прямоугольника, если их длины одинаковы и равны 10 дм?

58. Все учащиеся спортивного класса занимаются или футболом, или гандболом. Некоторые из них занимаются и футболом, и гандболом, 0,5 числа футболистов занимаются гандболом, 0,25 числа гандболистов — футболом. Кого в классе больше — футболистов или гандболистов?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

59. Найдите расстояние между двумя посёлками, если $\frac{3}{7}$ этого расстояния на 8 км меньше всего расстояния между ними.

Проверь себя!

Назовите пропущеные слова:

1. Модулем числа называется ... от начала отсчёта до этого числа.

2. Противоположными числами называются числа, имеющие ... модули, но разные знаки.

3. Множество, состоящее из всех натуральных чисел, им противоположных и числа ..., называется множеством целых чисел.

4. Множество, состоящее из всех целых и ... чисел, называется множеством рациональных чисел.

60. Прочитайте выражения и вычислите: $|-2|$; $|33|$; $|-5{,}5|$; $\left|\frac{9}{10}\right|$; $|0|$; $\left|-7\frac{3}{8}\right|$.

61. Найдите модули следующих чисел: 23; +3,2; −8,5; $\frac{8}{9}$; −17; 0; $-1\frac{1}{2}$.

62. Прочитайте выражения и найдите их значения: $|-11| - |-5|$; $|-17| + |+8|$; $|-4{,}2| : |-10|$; $|-0{,}5| \cdot |-6|$.

63. Модуль числа равен:

а) 20; б) 0,9; в) 0; г) $1\frac{1}{2}$.

Найдите такие числа.

64. Сравните модули чисел в каждой паре: 17 и 7; −17 и −7; 9,1 и −1,9;

65. Запишите числа, противоположные числам: 8; −1,7; 0; $-2\frac{2}{3}$; n; $-t$.

66. Для чисел 0,5; $\frac{3}{8}$; 1,2 запишите:

а) противоположные им; б) обратные им.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

67. Используйте обозначения противоположных чисел и запишите правую часть равенства:

а) $-(+9{,}4) = \ldots$; б) $-\left(-2\frac{3}{7}\right) = \ldots$; в) $-(-(-0{,}2)) = \ldots$;

г) $-(-(+3)) = \ldots$.

68. Существуют ли такие значения m, при которых число m равно $-m$?

69. Решите уравнение, используя определение противоположного числа:

а) $-x = 15$; б) $-x = -8{,}5$; в) $-(-x) = 0{,}7$.

70. Запишите:

а) все целые числа, модули которых меньше 4,6;

б) четыре целых положительных и отрицательных числа, модуль которых больше 6,4.

71. Найдите значение выражения:

а) $-a$, если $a = 8; -3{,}7$; б) b, если $-b = 4; -1$.

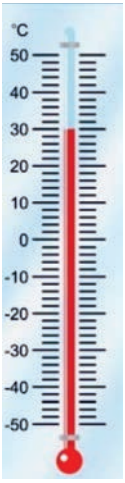
72. Сколько корней имеет уравнение:

а) $|x| = -11$; б) $|x| = 0$; в) $|x| = 9{,}5$; г) $|x| = x$?

«Налог на прибыль предприятия снизится с 24 % до 20 %, т. е. на 4 %». Какое исправление нужно внести в эту информацию? Найдите и исправьте ошибки.

§ 3. Сравнение рациональных чисел

Так же как для решения задач с натуральными и дробными положительными числами, для решения задач с рациональными числами нужны правила сравнения, сложения, вычитания, умножения и деления этих чисел.



Правила сравнения рациональных чисел.

Рассмотрим сравнение значений температуры: они могут быть как положительными, так и отрицательными, а также температура может быть равной нулю.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Говорят, что температура положительная, «выше нуля», в том случае, когда значение температуры больше нуля.

Положительные числа больше нуля.

Если температура отрицательная, «ниже нуля», то это значит, что значение температуры меньше нуля.

Отрицательные числа меньше нуля.

Например, $+4 > 0$, $-7 < 0$. Тогда ясно, что $+4 > -7$. На координатной прямой (рис. 14):

$$c > 0,\ b < 0 \rightarrow c > b.$$

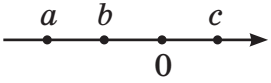


Рисунок 14

При температуре $-12°$ холоднее, чем при $-5°$, другими словами: $-12°$ ниже $-5°$, т. е. -12 меньше -5. На координатной прямой отрицательное число a левее $b \rightarrow a < b$. Чем дальше число на координатной прямой находится от начала отсчёта, тем больше его модуль. Для правила сравнения отрицательных чисел это значит, что из двух отрицательных чисел больше то, которое ближе к нулю, другими словами, модуль которого меньше. На рисунке 14 число b ближе к нулю, значит $b > a$.

Получаем правила сравнения рациональных чисел:

Положительные числа больше нуля:
$0{,}124 > 0$

Отрицательные числа меньше нуля:
$-234{,}5 < 0$

Положительное число больше отрицательного:
$0{,}01 > -1000$

Из двух отрицательных чисел больше то, у которого модуль меньше:
$-0{,}001 > -1000$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

73. Определите, какая температура меньше:
а) -20 °C или -2 °C; в) -5 °C или 7 °C;
б) -5 °C или 0 °C; г) -10 °C или -15 °C?

74. Верно ли, что:
а) точка $A(-2)$ левее точки $B(2)$;
б) точка $D(-4)$ правее точки $F(0)$;
в) точка $K(-9)$ правее точки $T(-5)$;
г) точка $M(-7)$ левее точки $N(0)$?

75. Верно ли:
а) $-9 < -1$; в) $0 > -6$; д) $-7 > -6$;
б) $12 < 0$; г) $38 > -25$; е) $1 > -10$.

76. Укажите, какое из чисел на координатной прямой ближе к нулю:
а) 5 или 50; в) -8 или 4;
б) -5 или -50; г) -4 или 8.

77. Отметьте на координатной прямой числа 0; -1; 2; $-3{,}5$; -6; 7. Сравните числа, пользуясь правилами сравнения рациональных чисел:
а) 0 и 2; -6 и 0; -1 и 7; $-3{,}5$ и -6;
б) 7 и 0; 0 и $-3{,}5$; 2 и -6; -1 и $-3{,}5$.

78. Какое из чисел больше:
а) -4 или 10; в) -15 или 0;
б) -2 или -12; г) -3 или 3?

79. Сравните числа, пользуясь правилами сравнения рациональных чисел:
а) 9 и -11; -2 и $-2{,}5$; $-2\frac{1}{3}$ и 0; $\frac{2}{5}$ и $-\frac{1}{7}$; $-3{,}2$ и $-5\frac{3}{8}$;
б) $-\frac{2}{5}$ и $-0{,}3$; $-\frac{2}{3}$ и $-\frac{3}{4}$; $-3{,}02$ и $-3\frac{1}{5}$; $-4\frac{1}{3}$ и $-\frac{14}{3}$.

80. В записи чисел некоторые цифры заменены *. Сравните, если можно, эти числа:
а) $-99*$ и $-1***$; в) $-97{,}**$ и $-*6{,}**$.
б) $-*{,}***$ и $-**{,}**$; г) $-***1$ и $-1***$.

81. Расположите числа в порядке:
а) убывания: $-8{,}4$; $8{,}3$; $-8{,}43$; $8{,}33$; $-8{,}36$; $8{,}7$;
б) возрастания: $-2{,}001$; $2{,}01$; $-20{,}01$; $200{,}1$; -201.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

82. Запишите в порядке убывания числа, противоположные данным числам: 6; −8; 7; −0,3; 0,05; 4; 0; −10; −1,2.

83. Между какими двумя последовательными целыми числами расположено число:

а) 8,9; в) −0,24; д) $-21\frac{3}{7}$;

б) −13,5; г) $5\frac{2}{9}$; е) −0,001.

84. Замените «*» такой цифрой, чтобы утверждение было верным:

а) $-3{,}06 < -3{,}*5$; в) $-2{,}90*5 < -2{,}9*876$;

б) $-4{,}693 > -4{,}6*8$; г) $-3{,}* < -3{,}8$.

Укажите все варианты.

85. Известно, что числа a и b — положительные, а числа m и n — отрицательные. Сравните числа:

а) a и m; в) m и b; д) 0 и n;

б) n и b; г) a и n; е) $-a$ и $-n$.

86. На координатной прямой (рис. 15) отметили числа a, b, c и d. Сравните:

а) d и c; в) 0 и c; д) b и d;

б) b и a; г) a и 0; е) $-d$ и 0.

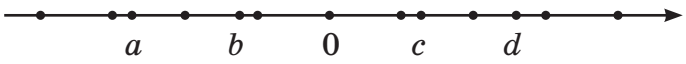


Рисунок 15

87. Какие три цифры 0 нужно зачеркнуть в числе −30,0030303, чтобы получилось число:

а) наибольшее возможное;

б) наименьшее возможное?

88. При каких целых значениях a верна запись $|a| < 4$?

89. Какие целые числа расположены на координатной прямой между числами:

а) 0 и 5,1; б) −4,7 и 0; в) −3,2 и 3,2?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

90. Используйте обозначение противоположного числа и упростите выражение:

а) $-(-4{,}7)$; в) $-\left(-\frac{4}{9}\right)$;

б) $-(+0{,}9)$; г) $-\left(+1\frac{7}{13}\right)$.

91. Решите уравнение:

а) $|x| = 2{,}5$; б) $|x| = 0$.

Решите задачи с помощью уравнения:

92. До обеда на празднике города продали в 1,3 раза мороженого меньше, чем после обеда. Сколько центнеров мороженого продали после обеда, если до обеда было продано на 4,71 ц мороженого меньше, чем после обеда?

93. Одно число равно $\frac{2}{7}$ второго. Найдите эти числа, если их сумма 99.

94. Среднее арифметическое двух чисел равно 123,2. Одно из них составляет треть от другого. Найдите каждое число.

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Положительные числа ... нуля.
2. Отрицательные числа ... нуля.
3. Положительное число ... отрицательного.
4. Из двух отрицательных чисел больше то, у которого модуль ... .

95. Сравните числа, пользуясь правилами сравнения рациональных чисел: 0 и 8; 0 и −2; −5 и 0; 8 и 1; −2 и 4,5; −5 и −3; −2 и −3.

96. Поставьте вместо «*» знак «<» или «>» так, чтобы получилась верная запись:

1,9 * −3,25; −0,6 * 1,02; −4,9 * −0,1; −2,4 * −5,6; 0,75 * −0,8.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

97. Известно, что числа a и b — положительные, а числа m и n — отрицательные. Верно ли, что:
а) $a < n$; б) $m < b$; в) $m > a$; г) $b > n$.

98. Сравните данные числа, а затем сравните числа им противоположные:
а) 8 и 9; в) 30 и −5;
б) −1,2 и −2,1; г) −0,1 и 0.

99. Запишите, между какими двумя соседними целыми числами расположено число:
а) −3,42; б) −5,6; в) 0,7; г) −0,36.

100. Вместо «*» запишите цифру так, чтобы получилось верное утверждение:
а) $-4{,}03 < -4{,}*1$; в) $-0{,}9*51 < -0{,}9851$;
б) $-8{,}2*6 > -8{,}222$; г) $-3*{,}09 < -37{,}1$.

101. На каком из рисунков 16($а$–$д$) изображены числа m и n такие, что:
а) число m — положительное, число n — отрицательное;
б) числа m и n — положительные;
в) числа m и n — отрицательные и $|m| < |n|$?

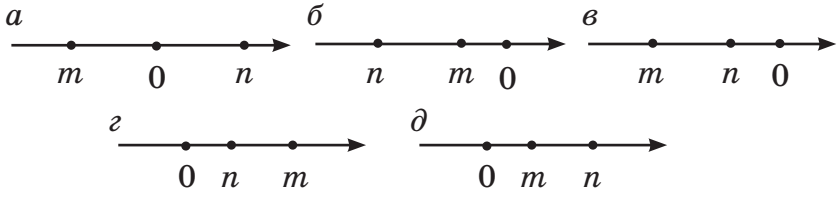


Рисунок 16

Нарисуйте десять отрезков так, чтобы они имели ровно 20 точек пересечения. Обменяйтесь результатами с друзьями.

§ 4. Сложение рациональных чисел

Для того чтобы определить число, полученное в результате действия сложения, нужно знать:
1) знак этого числа;
2) модуль этого числа.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Сложение отрицательных чисел.

Рассмотрим задачу:

а) подсчёт доходов показал, что получена прибыль сначала в 2 денежные единицы (д. е.), а затем ещё в 5 д. е. Какова общая прибыль?

б) подсчёт расходов показал, что образовался убыток сначала в 2 д. е., а затем ещё в 5 д. е. Каков общий убыток?

Решение:

а) так как прибыль обозначается положительными числами, то результат будет равен сумме положительных чисел: $2 + 5 = 7$. Число 7 д. е. показывает общую прибыль;

б) так как убыток обозначается отрицательными числами, то результат будет равен сумме отрицательных чисел: $-2 + (-5) = -7$. Число -7 д. е. показывает общий убыток.

Рассмотрим перемещение точек на координатной прямой.

а) Если точка сначала удалилась от начала координат на 2 ед. отрезка вправо, а затем ещё на 5 ед. отрезка вправо, то результат перемещения равен сумме: $2 + 5 = 7$ (рис. 17).

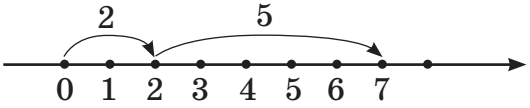


Рисунок 17

б) Если точка сначала удалилась от начала координат на 2 ед. отрезка влево, а затем ещё на 5 ед. отрезка влево, то результат перемещения равен сумме: $-2 + (-5) = -7$ (рис. 18).

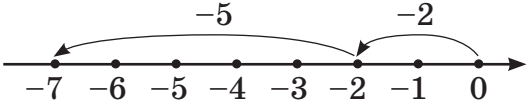


Рисунок 18

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Вывод: положительные числа складываются по прежним правилам сложения натуральных и дробных чисел. Их сумма есть число положительное.

Сумма отрицательных чисел есть число отрицательное. Модуль суммы $|-7|$ равен сумме модулей слагаемых $|-2| + |-5| = 2 + 5 = 7$.

Правило сложения отрицательных чисел.
Чтобы сложить отрицательные числа, нужно:

1) назвать слагаемые и найти модуль каждого из них;

2) найти сумму модулей слагаемых;

3) в результате записать отрицательное число с модулем, найденным в п. 2.

Пример 1. Найдите сумму $-2{,}5 + (-6{,}2)$.

Решение:

1) Слагаемые: $-2{,}5$ и $-6{,}2$; модули слагаемых: $|-2{,}5| = 2{,}5$; $|-6{,}2| = 6{,}2$.

2) Сумма модулей слагаемых: $2{,}5 + 6{,}2 = 8{,}7$.

3) Результат сложения (сумма данных чисел) равен: $-2{,}5 + (-6{,}2) = -8{,}7$.

Пример 2. Найдите сумму: $-1{,}14 + (-0{,}5) + (-13{,}023)$.

Решение:

1) Слагаемые: $-1{,}14$; $-0{,}5$; $-13{,}023$; модули слагаемых: 1,14; 0,5; 13,023.

2) Сумма модулей слагаемых: $1{,}14 + 0{,}5 + 13{,}023 = 14{,}663$.

3) Сумма данных чисел равна: $-1{,}14 + (-0{,}5) + (-13{,}023) = -14{,}663$.

Сложение чисел с разными знаками.
Рассмотрим задачу:

а) подсчёт доходов и расходов показал, что сначала получена прибыль в 2 д. е., а затем — убыток в 5 д. е. Каков общий результат?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

б) Подсчёт расходов показал, что сначала образовался убыток в 4 д. е., а затем получена прибыль в 5 д. е. Каков общий результат?

Решение:

а) так как прибыль обозначается положительными числами, а убыток — отрицательными, то общий результат будет равен сумме положительного и отрицательного чисел: $2 + (-5) = -3$. Число -3 показывает общий результат: убыток составил 3 д. е.;

б) так как убыток обозначается отрицательными числами, а прибыль — положительными, то общий результат будет равен сумме отрицательного и положительного чисел: $-4 + 5 = 1$. Число 1 показывает общий результат: прибыль 1 д. е.

Рассмотрим перемещение точек на координатной прямой (рис. 19):

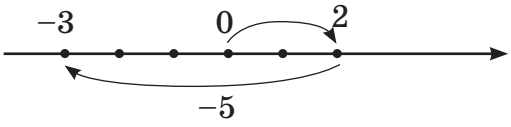


Рисунок 19

а) если точка сначала удалилась от начала координат на 2 ед. отрезка вправо, а затем на 5 ед. отрезка влево, то результат перемещения равен сумме: $2 + (-5) = -3$;

б) если точка сначала удалилась от начала координат на 4 ед. отрезка влево, а затем на 5 ед. отрезка вправо, то результат перемещения равен сумме: $-4 + 5 = 1$ (рис. 20).

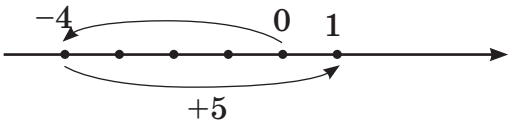


Рисунок 20

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Вывод: при сложении чисел с разными знаками может получиться как отрицательное, так и положительное число. Если положительное слагаемое имеет больший модуль, то сумма есть число положительное, в противном случае — отрицательное.

Правило сложения чисел с разными знаками. Чтобы сложить два числа с разными знаками, нужно:

1) назвать слагаемые и найти модуль каждого из них;

2) найти разность модулей: из большего модуля вычесть меньший;

3) если положительное слагаемое имеет больший модуль, то в результате записать положительное число с модулем, вычисленным в п. 2, в противном случае — записать отрицательное число с модулем, вычисленным в п. 2.

Пример 3. Найдите сумму: $2{,}5 + (-6{,}2)$.

Решение:

1. Слагаемые: 2,5 и −6,2; модули слагаемых: $|-2{,}5| = 2{,}5$; $|-6{,}2| = 6{,}2$; больший модуль (6,2) у отрицательного слагаемого, значит, результат сложения есть отрицательное число.

2. Разность модулей: $6{,}2 - 2{,}5 = 3{,}7$.

3. Сумма равна: $2{,}5 + (-6{,}2) = -3{,}7$.

Пример 4. Найдите сумму: $2{,}5 + (-1{,}2)$.

Решение:

1. Слагаемые: 2,5 и −1,2; модули слагаемых: $|-2{,}5| = 2{,}5$; $|-1{,}2| = 1{,}2$; больший модуль (2,5) у положительного слагаемого, значит, сумма есть положительное число.

2. Разность модулей: $2{,}5 - 1{,}2 = 1{,}3$.

3. Сумма равна: $2{,}5 + (-1{,}2) = 1{,}3$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Сумма двух противоположных чисел равна нулю: $a + (-a) = 0$.

Действительно, по правилу сложения чисел с разными знаками нужно из большего модуля вычесть меньший. Так как модули противоположных чисел равны, то их разность равна нулю.

Пример: $-3 + 3 = 0$, $6 + (-6) = 0$.

Для выбора правила сложения рациональных чисел можно применить схему (рис. 21).

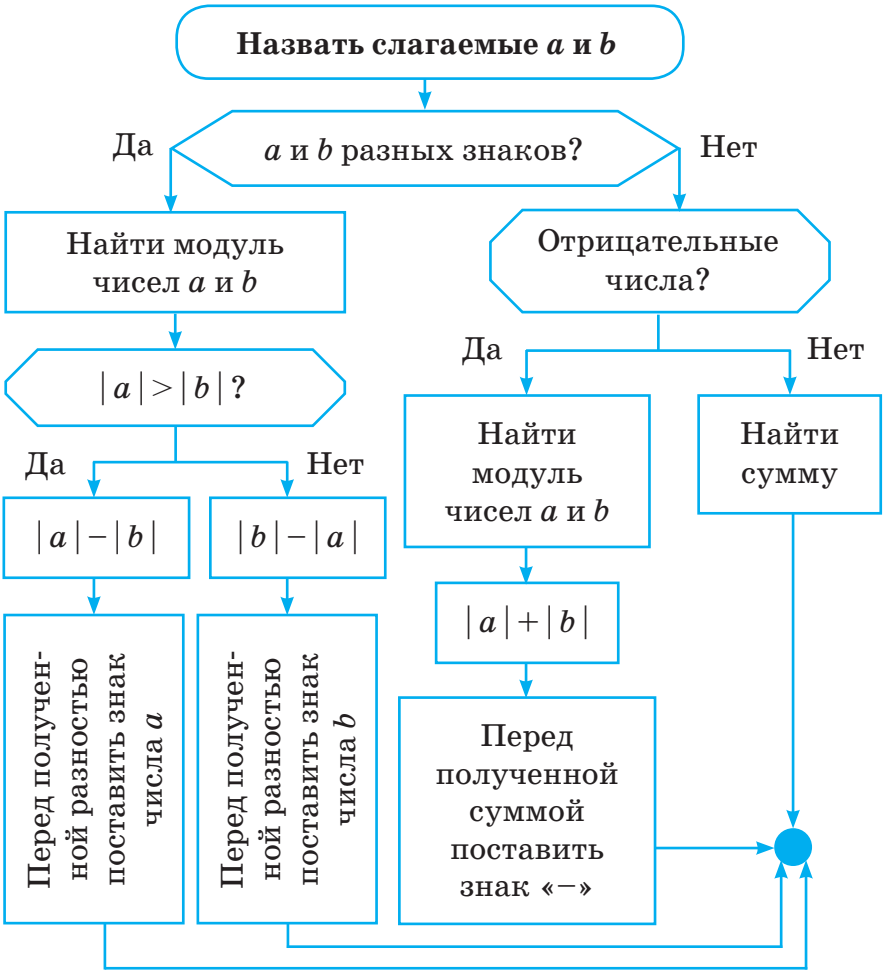


Рисунок 21

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

102. Верно ли, что если точка на координатной прямой перемещалась от начала координат:

а) сначала на 4 ед. отрезка вправо, затем на 2 ед. отрезка вправо, то результат перемещения равен: $4 + 2 = 6$;

б) сначала на 6 ед. отрезков влево, затем на 3 ед. отрезка влево, то результат перемещения равен: $-6 + (-3) = -9$;

в) сначала на 7 ед. отрезков вправо, затем на 10 ед. отрезков влево, то результат перемещения равен: $7 + (-10) = -3$?

103. Какую координату будет иметь точка, если она перемещалась от начала координат:

а) сначала на 4 ед. отрезка влево, затем на 2 ед. отрезка влево;

б) сначала на 3 ед. отрезка вправо, затем на 5 ед. отрезка вправо;

в) сначала на 1 ед. отрезка влево, затем на 6 ед. отрезка вправо?

104. После двух перемещений точки по координатной прямой от начала отсчёта её координата стала равной 5. Запишите в виде равенства (приведите два примера), как могла перемещаться точка, если известно, что она:

а) оба раза перемещалась вправо;

б) первый раз переместилась вправо, а второй — влево;

в) первый раз переместилась влево, а второй — вправо.

105. Утром температура воздуха была -5 °C. Вечером:

а) потеплело на 4 °C; в) потеплело на 5 °C;

б) похолодало на 4 °C; г) потеплело на 6 °C.

Запишите изменение температуры в виде суммы и найдите её значение.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

106. Найдите сумму, применяя правило сложения отрицательных чисел: а) $-15 + (-9)$; б) $-0{,}7 + (-6)$; в) $-\frac{8}{15} + \left(-\frac{2}{15}\right)$; г) $-2 + \left(-7\frac{8}{9}\right)$.

107. Найдите сумму, применяя правило сложения чисел с разными знаками: а) $0{,}5 + (-1{,}4)$; б) $-0{,}08 + 1$; в) $-10\frac{2}{11} + 10\frac{2}{11}$; г) $8 + \left(-1\frac{3}{7}\right)$.

108. Примените правило сложения рациональных чисел и определите, верно ли равенство:

а) $-12 + (-2) = 10$; в) $-9 + 8 = -1$;

б) $7 + (-3) = 4$; г) $-4 + 7 = 3$.

109. Не выполняя вычислений, определите знак суммы (сравните значение суммы с нулём):

а) $-23 + 40$; б) $-0{,}8 + (-3{,}1)$; в) $37 + (-12)$; г) $5{,}5 + (-4)$; д) $-9 + (-21)$; е) $4 + (-1{,}4)$.

110. Найдите сумму, применяя правила сложения рациональных чисел:

а) $7 + 60$; $-10 + 2$; б) $0{,}3 + 0{,}1$; в) $0{,}09 + 0{,}3$; г) $16 + (-40)$; д) $0{,}04 + (-0{,}05)$; е) $-2 + 0{,}44$; ж) $-8 + (-12)$; з) $5{,}2 + (-5{,}2)$; и) $-1 + 0{,}07$.

111. Вычислите, применяя правила сложения рациональных чисел: а) $-3{,}9 + (-8{,}3)$; б) $-6{,}1 + 4{,}5$; в) $\frac{2}{5} + \left(-\frac{8}{15}\right)$; г) $-2\frac{7}{12} + \left(-3\frac{5}{18}\right)$.

112. Найдите значение суммы, выполняя действия по порядку:

а) $-5 + (-5) + (-5)$; в) $20 + (-80) + 20$;

б) $(16 + (-7)) + (-32)$; г) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{8}\right)$.

113. Составьте числовое выражение и найдите его значение:

а) к сумме чисел 15 и -40 прибавить число 13;

б) к числу 9,4 прибавить сумму чисел 3,2 и -10;

в) сумму чисел $-0{,}8$ и $-0{,}08$ увеличить на 1;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

г) к сумме чисел $1\frac{5}{12}$ и $-3\frac{7}{12}$ прибавить сумму чисел $-1\frac{11}{36}$ и $4\frac{17}{36}$.

114. Представьте число -11 в виде суммы:
а) двух отрицательных слагаемых;
б) двух слагаемых разных знаков;
в) двух одинаковых слагаемых.

115. Как изменится число, если к нему прибавить:
а) -130; б) 13; в) $0{,}13$?

116. Верно ли, что:
а) $-18 + 10 < -18$; в) $-36 + 63 < -36$;
б) $-12 + (-12) < -12$; г) $-5 + (-10) < -10$?

117. Сравните:
а) $-3{,}8 + (-6{,}2)$ и $-3{,}8$; в) $-3{,}8 + 6{,}2$ и $-3{,}8$;
б) $3{,}8 + (-6{,}2)$ и $3{,}8$; г) $3{,}8 + (-6{,}2)$ и $-3{,}8$.

118. Верно ли, если $m < 0$:
а) $7 + m < 0$; в) $-4 + m > 0$;
б) $-2 + m < 0$; г) $m + m < m$?

119. Найдите значение выражения:
а) $-(-17) + 8$; в) $-(0{,}5 + (-1))$;
б) $-(-5{,}5) + (-6)$; г) $-((-6) + (-6))$.

120. При $a = -10{,}6$, $b = 3{,}8$ найдите значение выражения:
а) $a + b$; в) $a + |b|$;
б) $|a| + b$; г) $|a| + |b|$.

121. Найдите значения выражений $|m| + |n|$ и $|m + n|$, если:
а) $m = -15$; $n = -23$; б) $m = -1{,}5$; $n = 2{,}3$.

122. Выполните вычитание и проверьте вычисления, используя определение действия вычитания:
а) $7 - 2{,}9$; б) $1 - \frac{11}{15}$.

123. Решите уравнение: $237{,}8 : 4 : x - 4{,}5 = 24{,}5$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

124. Проведите из точки M прямую a, препендикулярную прямой b (рис. 22).

Рисунок 22

125. Света, Катя и Маша отправили 35 SMS-сообщений с новогодними поздравлениями. Маша — в 2 раза больше, чем Света, а Катя — в 2 раза больше, чем Маша. Сколько SMS-сообщений отправила каждая девочка?

126. Тесто для сырников содержит 16 частей творога, 2 части муки, 1 часть масла, 3 части сметаны и 3 части сахара. Определите массу каждого продукта в отдельности для приготовления 2 кг теста.

127. Для приготовления гречневой каши берут 2 части крупы и 3 части воды. Сколько крупы и сколько воды использовалось для приготовления каши, если крупы пошло на 75 г меньше, чем воды?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Чтобы сложить отрицательные числа, нужно:

1) Назвать слагаемые и найти ... каждого из них.

2) Найти ... модулей слагаемых.

3) В результате записать ... число с модулем, найденным в п. 2.

2. Чтобы сложить два числа с разными знаками, нужно:

1) Назвать слагаемые и найти ... каждого из них.

2) Найти разность модулей: из большего ... вычесть меньший.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

3) Если положительное слагаемое имеет ... модуль, то в результате записать положительное число, в противном случае записать отрицательное число с модулем, вычисленным в п. 2.

128. Днём температура воздуха была +3°. Вечером:
а) похолодало на 2 °С;
б) похолодало на 5 °С;
в) потеплело на 3 °С.
Запишите изменение температуры в виде суммы и найдите её значение.

129. Найдите сумму, применяя правило сложения отрицательных чисел:
а) $-7 + (-18)$; б) $-0{,}9 + (-5{,}6)$; в) $-1 + (-3{,}03)$;
г) $-\frac{4}{9} + \left(-\frac{5}{9}\right)$; д) $-3 + \left(-5\frac{1}{7}\right)$.

130. Найдите сумму, применяя правило сложения чисел с разными знаками:
а) $25 + (-60)$; в) $3{,}4 + (-8)$;
б) $-2{,}1 + 0{,}7$; г) $-5\frac{8}{9} + 5\frac{8}{9}$.

131. Найдите сумму, применяя правила сложения рациональных чисел:
а) $90 + 5$; $-7 + (-6)$; $150 + (-50)$; $-8 + 12$;
б) $-0{,}6 + 0{,}4$; $-1{,}7 + (-0{,}6)$; $-0{,}8 + 1$;
в) $-0{,}8 + (-7{,}5)$; $-2{,}5 + 0{,}6$; $\frac{1}{12} + \left(-\frac{1}{4}\right)$.

132. Найдите значение числового выражения:
а) $(-27 + 8) + (-10)$; б) $((-16{,}4) + (-4{,}6)) + 21$.

Нарисуйте десять лучей так, чтобы они имели ровно 20 точек пересечения.
Обменяйтесь результатами с друзьями.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 5. Вычитание рациональных чисел

Правило вычитания рациональных чисел можно получить, если знак «−» использовать для записи противоположных чисел.

Пример 1. Найдите разность 5 − (−3).

Решение: запись −(−3) можно прочитать: число, противоположное числу −3, т. е. +3. Тогда получим: **5 − (−3) = 5 + 3 = 8, разность заменили суммой: уменьшаемое (5) сложили с числом (3), противоположным вычитаемому.**

С другой стороны, можно воспользоваться определением действия вычитания. По определению вычитания: вычесть из числа 5 число −3 — это значит найти такое число, которое в сумме с числом −3 даст число 5. Очевидно, это есть число 8.

Пример 2. Найдите разность −6 − 9.

Решение: запись −9 можно прочитать: число, противоположное числу 9, т. е. число −9. Тогда **−6 − 9 = −6 + (−9) = −15.**

Разность заменили суммой: уменьшаемое (−6) сложили с числом (−9), противоположным вычитаемому. По определению действия вычитания: вычесть из числа −6 число 9 это значит найти такое число, которое в сумме с числом 9 даст число −6. Очевидно, это есть число −15.

Вывод: действие вычитания рациональных чисел можно заменить действием сложения.

Правило вычитания рациональных чисел.
Чтобы из одного числа вычесть другое, нужно уменьшаемое сложить с числом, противоположным вычитаемому.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Пример 3. Выполните действие:

а) $-6,7-(-1,4)$; б) $5,23-6,8$.

Решение:

а) уменьшаемое $-6,7$, вычитаемое $-1,4$, сложим уменьшаемое с числом, противоположным вычитаемому, т. е. с числом $-1,4$.

$$-6,7-(-1,4)=-6,7+1,4=-5,3;$$

б) уменьшаемое $5,23$, вычитаемое $6,8$, сложим уменьшаемое с числом, противоположным вычитаемому, т. е. с числом $-6,8$.

$$5,23-6,8=5,23+(-6,8)=-1,57.$$

Для вычисления разности двух рациональных чисел $(a-b)$ нужно выполнить **последовательность действий:**

1) назвать уменьшаемое (a);

2) назвать вычитаемое (b);

3) назвать число, противоположное вычитаемому: $-b$;

4) найти сумму чисел $a+(-b)$.

Пример 4. Найти разность $-4-7$.

Решение:

1. Уменьшаемое: -4.
2. Вычитаемое: 7.
3. Число, противоположное вычитаемому: -7;
4. Найдём сумму: $-4+(-7)=-11$.

133. Представьте разность чисел в виде суммы:

а) $-80-30$; в) $75-115$;

б) $92-(-100)$; г) $-0,1-(-0,001)$.

134. Разность представили в виде суммы. Дополните равенство недостающим числом:

а) $-80-35=-80+(\ldots)$;

б) $92-(-10)=92+(\ldots)$;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

в) $75 - 115 = 75 + (\ldots)$;

г) $-0{,}1 - (-0{,}01) = -0{,}1 + (\ldots)$.

135. Укажите, в каком случае разность неверно заменили суммой:

а) $5 - 9 = 5 + (-9)$;

б) $-6 - (-11) = -6 + (-11)$;

в) $-3{,}2 - (-1{,}1) = -3{,}2 + 1{,}1$;

г) $0{,}7 - 0{,}2 = 0{,}7 + (-0{,}2)$.

136. Найдите разность, заменяя действие вычитания действием сложения:

а) $10 - 2$; $2 - 10$; $-3 - (-8)$; $1 - (-6)$; $-4 - 5$; $0 - 7$;

б) $-2{,}5 - (-0{,}2)$; $0{,}08 - 0{,}03$; $0{,}5 - 4{,}8$; $-3 - 0{,}4$;

в) $-5 - \frac{1}{7}$; $-\frac{7}{10} - \left(-\frac{7}{10}\right)$; $-2 - \left(-6\frac{2}{3}\right)$; $4 - \left(-\frac{6}{7}\right)$.

137. Выполните действия:

а) $1 - \frac{2}{5}$; б) $-1 - \frac{2}{5}$; в) $-1 + \frac{2}{5}$;

г) $5 - \frac{4}{9}$; д) $-5 - \frac{4}{9}$;

е) $2\frac{3}{7} - 7$; ж) $-2\frac{3}{7} + 7$; з) $-2\frac{3}{7} - 7$;

и) $-1\frac{3}{10} - 2\frac{7}{10}$; к) $1\frac{3}{10} - 2\frac{7}{10}$; л) $-1\frac{3}{10} + 2\frac{7}{10}$.

138. Замените вычитание сложением и выполните действия: $5 - (-0{,}16)$; $-\frac{7}{15} - \left(-\frac{2}{15}\right)$; $-4{,}8 - 6{,}3$; $-1\frac{5}{8} - \frac{3}{4}$; $2\frac{1}{3} - 3{,}2$.

139. Выполните действия:

а) $4{,}08 - 7\frac{12}{25}$; б) $-2{,}8 + 5\frac{3}{8}$.

140. Как изменится разность, если:

а) уменьшаемое увеличить на 10; уменьшить на 10;

б) вычитаемое увеличить на 10; уменьшить на 10?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

141. Может ли разность двух рациональных чисел:
а) быть больше уменьшаемого;
б) быть больше суммы тех же чисел;
в) равняться уменьшаемому?

142. Решите уравнение, используя зависимость между компонентами действий:
а) $x + 9 = 4$; $-6 + x = 3$; $x + (-7) = 10$;
б) $20 - m = 27$; $m - 9 = -6$; $12 - m = -5$.
Сделайте проверку.

143. Решите уравнение, используя зависимость между компонентами действий:
а) $3{,}1 + x = 1$; $-4 + x = -4{,}5$; $5 - x = 7{,}2$;
б) $-1{,}4 + k = -4$; $k + 12{,}4 = -12{,}4$; $k - 7{,}5 = -2{,}5$.

144. Решите уравнение:

а) $-x = -3\frac{4}{9} + 1\frac{1}{3}$;

б) $-y = 5\frac{1}{4} - 9{,}2$;

в) $-(-a) = -\frac{4}{7}$;

г) $-0{,}5 - (-x) = -1{,}4$.

145. Найдите значение числового выражения:
а) $-14 - (8 - 19)$;
б) $9 - (-7 - 19)$;
в) $5{,}3 - (-1{,}7 + 3{,}2)$;
г) $(-4{,}6 + 8) - 0{,}5$.

146. Составьте числовое выражение и найдите его значение:
а) из числа 4,1 вычесть сумму чисел −21,5 и 5,3;
б) к разности чисел −1,4 и −3,6 прибавить сумму чисел 6,3 и −10;
в) из суммы чисел −0,06 и 0,4 вычесть разность чисел 0,9 и −1,2.

147. Известно, что $m < 0$, $n < 0$, $|m| < |n|$. Положительным или отрицательным числом будет разность чисел:
а) $m - n$;
б) $-m - n$;
в) $-m - (-n)$;
г) $-n - (-m)$?

148. Запишите число, противоположное числу: -6; $-0{,}1$; 3; $-\frac{4}{7}$; $2{,}5$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

149. Пользуясь основным свойством пропорции, решите уравнение:

а) $\frac{0,7}{x} = \frac{2,1}{5}$; б) $\frac{7}{9} : 1\frac{3}{4} = \frac{4}{7} : y$.

150. Начертите угол, равный 140°, и проведите через вершину угла прямые, перпендикулярные его сторонам.

151. Длина прямоугольника в 3 раза больше ширины. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 328 дм.

152. Ширина прямоугольника на 5,6 см меньше длины. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр 68 дм.

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Чтобы из одного числа вычесть другое, нужно ... сложить с числом, противоположным ... .

2. Для вычисления разности двух рациональных $(a - b)$ чисел нужно выполнить последовательность действий:

1) назвать ... (a);
2) назвать ... (b);
3) назвать число, ... вычитаемому: $-b$;
4) найти ... чисел $a + (-b)$.

153. Найдите разность, заменяя действие вычитания действием сложения:

а) 5 – 15; 15 – 5; 5 – (–15); –1 – (–9); 2 – (–10);

б) –2 – (–5,5); –3,1 – 4; 12 – (–0,03); –8,3 – (–8,3).

154. Выполните вычитание:

а) $1 - \frac{7}{9}$; $-1 + \frac{7}{9}$; $-1 - \frac{7}{9}$;

б) $-3\frac{2}{5} - 8$; $3\frac{2}{5} - 8$; $-3\frac{2}{5} + 8$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

155. Выполните действие:

а) $4 - (-0{,}3)$; в) $-2{,}7 - 8{,}5$.

б) $-\frac{2}{15} - \left(-\frac{7}{15}\right)$;

156. Выполните вычитание:

а) $6{,}25 - 2\frac{13}{20}$; б) $-\frac{3}{4} - \left(-1\frac{1}{8}\right)$.

157. Решите уравнение, используя зависимость между компонентами действий:

а) $x + 5 = 1$; в) $14 - x = 22$;

б) $-15 + x = -5$; г) $30 - m = -70$.

158. Решите уравнения, используя зависимость между компонентами действий: а) $x + 2{,}7 = -1{,}6$; б) $0{,}6 + x = 0$; в) $4{,}3 - x = -4{,}3$; г) $x - 3 = -5{,}1$.

159. Найдите значение числового выражения: $-1\frac{3}{4} - \left(-2\frac{1}{8} - 3\frac{1}{2}\right)$.

160. Составьте числовое выражение и найдите его значение: из разности чисел $-0{,}3$ и $1{,}02$ вычесть сумму этих же чисел.

161. Известно, что $k < 0$, $t > 0$, $|k| > |t|$. Положительным или отрицательным числом будет разность чисел:

а) k и t; в) $-k$ и $-t$;

б) k и $-t$; г) $-t$ и $-k$?

Нарисуйте десять прямых так, чтобы они имели ровно 20 точек пересечения. Обменяйтесь результатами с друзьями.

§ 6. Законы сложения рациональных чисел

Для рациональных чисел выполняются законы сложения:

1. **Переместительный закон сложения:**

$$a + b = b + a.$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

От перемены мест слагаемых сумма рациональных чисел не меняется.

2. **Сочетательный закон сложения:**

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Чтобы к сумме двух рациональных чисел прибавить третье рациональное число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел.

3. $a + 0 = a$. Сумма любого рационального числа и нуля равна этому числу.

Заметим, что запись $a - b$ можно читать как разность чисел a и b или как сумму чисел a и $-b$.

Например:

а) $2 - 9$ — «сумма чисел 2 и -9» (говорят «алгебраическая сумма»);

б) $-4 - 3$ — «сумма чисел -4 и -3»;

в) $2 - (-9) = 2 + 9$ — «сумма чисел 2 и 9» (заменили действие вычитания сложением);

г) $-4 - (-3) = -4 + 3$ — «сумма чисел -4 и 3».

При сложении нескольких чисел с разными знаками применяют законы сложения.

Пример 1. Найдите значение выражения:

$-4 + 7 - 2 + 1{,}3 - 12 - 1{,}3 + 1{,}6.$

Решение: эту сумму чисел можно рассматривать как алгебраическую сумму положительных и отрицательных слагаемых. Положительные слагаемые: 7; 1,3; 1,6. Отрицательные слагаемые: -4; -2; -12; $-1{,}3$.

Для выполнения действий нужно:

1. Сложить, пользуясь переместительным законом сложения, противоположные слагаемые суммы, если они есть. В нашем случае слагаемые 1,3 и $-1{,}3$ — противоположные, их сумма равна нулю. Говорят, что они взаимно уничтожаются.

2. Можно, используя переместительный и сочетательный законы сложения, отдельно сложить

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

положительные слагаемые: $7 + 1{,}6 = 8{,}6$ и отрицательные слагаемые: $-4 - 12 = -16$.

3. Сложить положительное число и отрицательное число: $8{,}6 - 16 = -7{,}4$.

Пример 2. Найдите значение выражения:

$$4 - (-5) - 11 + 25 + (-5{,}3) - 12 + 4{,}3 - 8{,}5.$$

Решение: представим выражение в виде алгебраической суммы: $4 - (-5) - 11 + 25 + (-5{,}3) - 12 + 4{,}3 - 8{,}5 = 4 + 5 - 11 + 25 - 5{,}3 - 12 + 4{,}3 - 8{,}5$.

В полученной сумме нет противоположных слагаемых, но легко сложить первые четыре слагаемых: $4 + 5 - 11 + 25 = 23$, затем — пятое и седьмое: $-5{,}3 + 4{,}3 = -1$, а затем — полученные суммы и оставшиеся слагаемые:

$$23 - 1 - 12 - 8{,}5 = 10 - 8{,}5 = 1{,}5.$$

Вывод: для вычисления суммы нескольких рациональных чисел нужно назвать слагаемые и выбрать наиболее удобный способ вычисления суммы.

162. Прочитайте двумя способами:

а) $3 - 7$; в) $m - n$;

б) $-9 - 20$; г) $-a - b$.

163. Назовите слагаемые алгебраической суммы:

а) $2{,}5 - 11$; $-7 + 4{,}2 - 12{,}6$; $a - b - c + d$;

б) $-0{,}6 - 3$; $2 - 10{,}5 + 0{,}04 - 8$; $-a + b - c - d$;

в) $k - n$; $-3 - a$; $a - d - c$; $5 - x + y - z$;

г) $1 - m$; $-b - 4$; $p - t - 1$; $-x - y + z - d$.

164. Найдите суммы:

а) $11 - 36$; $-4 + 2{,}9 - 10{,}5$;

б) $-0{,}07 - 11$; $-6{,}3 + 9{,}5 - 3{,}2 - 1{,}9$;

в) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$; $1 - 4{,}8 + 0{,}2 - 7{,}3$;

г) $-\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$; $3\frac{1}{9} - 1\frac{3}{5} + 2\frac{11}{15} - 5{,}9$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

165. Верно ли представлено выражение в виде алгебраической суммы:
а) $3 - (-9) = 3 - 9$;
б) $5 + (-0{,}7) = 5 - 0{,}7$;
в) $-13 + (-2{,}4) = -13 - 2{,}4$?

166. Запишите выражение в виде алгебраической суммы и найдите его значение:
а) $-9 + (-3)$; $5 + (-10)$; $-15 - (-12)$; $7 - (-20)$;
б) $1{,}2 + (-0{,}5)$; $-1{,}1 + (-0{,}4)$; $-1{,}4 - (-1{,}4)$.

167. Используйте переместительный закон сложения для записи алгебраической суммы двух слагаемых разными способами:
а) $5 - 13$; $-0{,}8 - 0{,}03$; $2 - b$;
б) $-2{,}3 - 9$; $0{,}5 - 1{,}3$; $-a - 4$.

168. Пользуясь переместительным и сочетательным законами сложения, запишите алгебраическую сумму нескольких слагаемых разными способами:
а) $11 - 7 - 29$; $-4{,}4 + 7{,}6 - 15{,}3 + 0{,}2$;
б) $-23 + 18 - 6$; $-3{,}9 + 5{,}1 - 6{,}2 - 8{,}7$;
в) $-16 - 32 + 48$; $1 - 4{,}8 + 0{,}2 - 7{,}3$.

169. Найдите значение выражения:
а) $-5 + 8 - 1 + 2 - 7 - 8$;
$1{,}4 - 2{,}3 - 3{,}7 + 2{,}3 + 5{,}6 - 1{,}3 + 8$;
б) $6 - 12 - 4 + 2 - 9 - 6$;
$-5{,}1 - 1{,}8 - 2{,}9 + 1{,}1 + 5{,}1 + 2{,}9 - 1{,}2$.

170. Запишите алгебраическую сумму чисел и найдите её значение: а) -4; 9; -21; $3{,}9$; $-0{,}1$; -7; 7; $5{,}1$; б) $-1\frac{3}{8}$; $-\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{7}{8}$; $-2\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{4}$; $-5\frac{3}{4}$.

171. Запишите выражение в виде алгебраической суммы и найдите его значение:
а) $-16 + 40 - (-32) + (-25)$;
б) $14{,}3 + 27{,}5 - (-0{,}7) + (-0{,}5) - 58$.

172. Найдите значение числового выражения:
а) $-9{,}2 + 6{,}4 + (-3{,}6) + 1{,}6$;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

б) $-24 + (-0{,}6) + 0{,}56 + (-1{,}7) + 0{,}24$;

в) $\frac{1}{4} + \left(-1\frac{1}{4}\right) + 4\frac{3}{8} + \left(-6\frac{1}{4}\right)$;

г) $-3\frac{1}{4} + 4\frac{3}{8} + \left(-\frac{1}{2}\right) + 5\frac{3}{4}$.

173. Найдите значение числового выражения:

а) $1\frac{3}{4} - 1\frac{3}{8} + \frac{1}{8}$;

б) $\frac{2}{3} + 0{,}8 - 2\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$;

в) $-3\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} + 1{,}05 - \frac{7}{12}$;

г) $6\frac{8}{15} - 1{,}35 + 2\frac{4}{5} - 0{,}2$.

174. Установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

а) $-63 - (-17 - 16)$;
б) $8{,}2 - (2{,}4 - 6{,}9)$;
в) $(4 - 21) - (6 - 14)$;
г) $32 - (19 + (-10))$;
д) $-6{,}9 - (2{,}22 - 10{,}7)$;
е) $(-8 + 13) - (-5 - 17)$.

175. Примените сочетательный закон сложения и выполните вычисления рациональным способом:

а) $(2{,}7 - 4{,}5) + 4{,}5$;
б) $(-6{,}1 + 2{,}3) - 2{,}3$.

176. Не выполняя вычислений, сравните:

а) сумму чисел $-12{,}09$ и $-18{,}54$ и их разность;

б) разность чисел 105 и 175 и сумму чисел -160 и 175;

в) разность чисел $-0{,}9$ и $-0{,}09$ и разность чисел $-0{,}09$ и $-0{,}9$.

177. Найдите сумму всех целых чисел:

а) от -90 до 90;
б) от -90 до 100.

178. Упростите выражение:

а) $-26 + m + 43 - m$;

б) $-x + \frac{5}{18} - \frac{3}{18} + \frac{7}{9} + x$;

в) $9{,}2 - c - 13{,}8 - 2{,}2 + c$;

г) $-\frac{5}{12} + d - b - \frac{7}{24} + \frac{17}{48} - d + b$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

179. Найдите значение выражения $-m + n - k$, если:

а) $m = 0{,}1$; $n = -1{,}8$; $k = -0{,}8$;

б) $m = -1\frac{1}{3}$; $n = -3\frac{1}{4}$; $k = -2$.

180. Решите уравнение, упростив предварительно его левую часть:

а) $-8{,}4 + x + 1{,}5 = 0$;

б) $9{,}06 - y - 3{,}3 = 10$.

181. Решите уравнение, используя определение модуля числа:

а) $|x| + 1{,}6 - 2{,}4 = 4$;

б) $|x| - 0{,}9 - 1{,}1 = -3$;

в) $11{,}5 - |x| - 7 = 2{,}8$.

182. Решите уравнение, используя определение противоположных чисел:

а) $-x = 2{,}7 - 3{,}5 - 4{,}8$;

б) $-(-x) = -3\frac{2}{5} + 4{,}4 - 1\frac{3}{10} - 2{,}25$.

183. Упростите выражение:

$15x - 6x$; $4a + a$; $9y + 6y + 2y$;

$8 + m + 8$; $a + 2 + a$; $14x + 1 + 4x$.

184. Решите уравнение:

а) $3a + a = 2$; б) $6n - n = 2{,}5$.

185. Установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

а) $51{,}704 + 4{,}6 \cdot (12 - 1{,}323 : 0{,}126)$;

б) $4 : 4\frac{4}{5} + 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{1}{4} - 7\frac{11}{12}$.

186. Постройте угол, равный 45°. Отметьте на одной из его сторон точку и проведите через эту точку:

а) прямую, параллельную другой стороне угла;

б) прямую, перпендикулярную другой стороне угла.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

187. Два класса собрали 1,2 т макулатуры. Первый класс собрал 35 % всей массы макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрал второй класс?

188. В начале учебного года в школу пришло несколько новых учащихся, причём 60 % этих учащихся — в начальные классы, а 12 человек — в 5–6-е классы. Сколько новых учащихся пришло в школу?

189. Миша в первый день прочитал 15 % книги, или 30 страниц. Сколько страниц ему осталось прочитать, если во второй день он прочитал 45 страниц?

190. В первом подъезде проживает 40 % всех жителей дома. Число жителей второго подъезда равно $\frac{5}{6}$ жителей первого, а остальные жители проживают в третьем подъезде. Сколько всего жителей в доме, если во втором подъезде на 15 человек больше, чем в третьем, а всего в доме три подъезда?

Проверь себя!

Назовите слагаемые алгебраической суммы:

а) $-2{,}4 + 7{,}1 - 6{,}02 + 1{,}563 - 12 - 1{,}35 + 1{,}61$;

б) $22{,}04 - 0{,}01 - 14{,}02 + 0{,}56 + 1{,}2 - 1$.

191. Преобразуйте алгебраическую сумму, записав отрицательные слагаемые в скобках:

а) $23 - 32$; в) $-4{,}2 + 7{,}1 - 6$;

б) $-0{,}7 - 10{,}5$; г) $a - b - c + d$.

192. Запишите выражение в виде алгебраической суммы (без скобок) и найдите его значение:

а) $7 + (-8)$; $-2 + (-6)$; $-9 - (-2)$; $12 - (-8)$;

б) $-0{,}5 + (-1{,}4)$; $1{,}3 + (-0{,}6)$; $8 - (-0{,}08)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

193. Пользуясь переместительным и сочетательным законами сложения, запишите алгебраическую сумму нескольких слагаемых разными способами:

а) $32 - 8 - 17$; $-5{,}3 + 10{,}9 - 27{,}1 + 0{,}02$; $6 - m - k$;

б) $-80 + 28 - 8$; $-9{,}3 + 1{,}7 - 2{,}4 - 66$; $-a + b - c - d$.

194. Найдите значение выражения:

а) $-7 + 9 - 5 + 4 - 13 - 9$;

$5{,}2 - 9{,}1 - 4{,}8 + 1{,}8 + 9{,}1 - 2{,}2 + 10$;

б) $14 - 32 - 7 + 32 - 18 + 14$;

$-4{,}7 - 5{,}6 + 3{,}9 + 4{,}7 - 3{,}9 - 4{,}4$.

195. Найдите сумму чисел: $0{,}4$; $-4{,}3$; $-0{,}4$; $3{,}4$; $-23{,}4$; $0{,}3$; -4.

196. Найдите значение выражения $-a + b - c$ при $a = -7$; $b = -16$; $c = -9$.

197. Найдите значение выражения:

$$5\frac{4}{9} + \left(-6\frac{7}{12}\right) - \left(-3\frac{1}{6}\right) - 1\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4} + \left(-\frac{11}{18}\right).$$

198. Решите уравнение:

$9 - x - 2{,}5 = -10$; $m - 0{,}2 + 0{,}04 = -1$.

199. Решите уравнение:

а) $|x| + 4 - 7{,}4 = -4$; б) $10 - |x| - 8{,}3 = 1{,}5$.

Найдите в интернете или в других источниках объём воздуха, который в среднем вдыхает взрослый человек за один вдох. Затем найдите, сколько вдохов в среднем делает человек за одну минуту. Подсчитайте объём водуха, который поглощает один человек за сутки (24 ч). Найдите информацию о числе людей на планете. Подсчитайте объём воздуха, который поглощает всё население планеты за сутки. Сравните этот объём с объёмом Луны.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 7. Умножение рациональных чисел

Рассмотрим задачи, приводящие к правилу умножения отрицательных и положительных чисел.

Спортсмен плывёт по озеру параллельно берегу, который в данном месте есть прямая линия, со скоростью v м/мин. В настоящий момент пловец поравнялся с мостом. На каком расстоянии от моста и в какой стороне от него он будет (был) через t мин (t мин назад)?

1) $v = 25$; $t = 8$;
2) $v = -25$; $t = -8$;
3) $v = 25$; $t = -8$;
4) $v = -25$; $t = +8$.

Выберем модель для решения задачи (рис. 23): пусть положение пловца изображается с помощью точки координатной прямой: точкой O — место моста, положение точки правее точки O обозначается положительным числом, левее — отрицательным. Число, показывающее время, отсчитываемое в будущее, — положительное, а в прошедшее — отрицательное. Отрицательная скорость показывает, что пловец движется влево, положительная — вправо.

При решении каждой задачи нужно находить расстояние, отделяющее пловца от точки O. Для этого нужно умножить скорость на время.

1) В первом случае, если $v = 25$, пловец движется вправо. Время $t = 8$ направлено в будущее. Вопрос задачи будет сформулирован так: **где будет пловец через 8 мин**, если он плывёт вправо? $25 \cdot 8 = 200$, значит, он будет в точке $M(200)$ (рис. 23).

2) Во втором случае $v = -25$ — пловец плывёт влево. Время $t = -8$ обращено в прошлое. Тогда

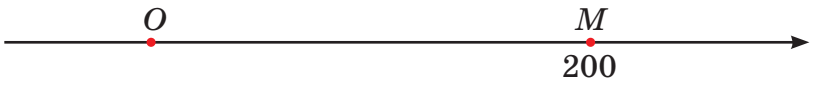


Рисунок 23

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

вопрос будет таким: **где был пловец 8 мин назад, если он плыл влево?** Выполняем умножение $-25 \cdot (-8)$ и находим, что если пловец плыл влево, а сейчас находится под мостом, то 8 мин назад он был правее точки O, в точке $M(200)$, значит, $\mathbf{-25 \cdot (-8) = 200}$ (рис. 23).

3) Если $t = -8$, а $v = 25$, то вопрос задачи будет таким: **где был пловец 8 мин назад, если плыл вправо?** Выполняем умножение $25 \cdot (-8)$ и находим, что если пловец плыл вправо, а сейчас находится под мостом, то 8 мин назад он был левее точки O в точке $N(-200)$, значит, $\mathbf{25 \cdot (-8) = -200}$ (рис. 24).

4) Ответим на вопрос: **где будет пловец через 8 мин, если плывёт влево?** Выполняем умножение $-25 \cdot 8$ и находим, что если пловец плывёт влево, а сейчас находится под мостом, то через 8 мин он будет левее точки O в точке $N(-200)$, значит, $\mathbf{-25 \cdot 8 = -200}$ (рис. 24).

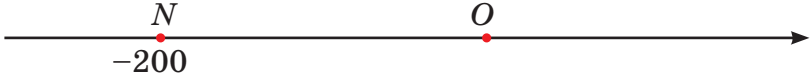


Рисунок 24

Практические задачи позволяют сказать, что **произведение двух рациональных чисел может быть как положительным, так и отрицательным числом.**

Вывод: произведение **двух отрицательных чисел есть число положительное.**

Произведение **двух чисел с разными знаками есть число отрицательное.**

Модуль произведения равен произведению модулей множителей.

Правило: чтобы умножить два рациональных числа, надо:

1) Назвать множители и найти модуль каждого из них.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2) Найти произведение модулей множителей.

3) В результате записать:

- отрицательное число, если множители **разных знаков**, с модулем, найденным в п. 2;
- положительное число, если множители **отрицательные**, с модулем, найденным в п. 2.

Пример 1. Найдите произведение: $5 \cdot (-6{,}2)$.

Решение:

1. Множители 5 и $-6{,}2$ имеют разные знаки, значит, произведение этих чисел отрицательное; модули множителей равны: $|5| = 5$; $|-6{,}2| = 6{,}2$.

2. Произведение модулей: $5 \cdot 6{,}2 = 31$.

3. Результат умножения: $5 \cdot (-6{,}2) = -31$.

Пример 2. Найдите произведение: $-2{,}5 \cdot (-6)$.

Решение:

1. Множители $-2{,}5$ и -6 отрицательные, значит, произведение этих чисел положительное; модули множителей равны: $|-2{,}5| = 2{,}5$; $|-6| = 6$.

2. Произведение модулей: $2{,}5 \cdot 6 = 15$.

3. Результат умножения: $-2{,}5 \cdot (-6) = 15$.

Законы умножения рациональных чисел

1. Переместительный закон умножения:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

От *перемены* мест множителей произведение рациональных чисел *не меняется*.

2. Сочетательный закон умножения:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Чтобы *произведение двух рациональных чисел* умножить на третье рациональное число, можно первое рациональное число умножить на *произведение второго и третьего чисел*.

3. Распределительный закон умножения:

$$(a + b - d) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c - d \cdot c.$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Чтобы алгебраическую сумму рациональных чисел умножить на число, можно *каждое слагаемое* умножить на это число и полученные *произведения сложить*.

4. Произведение рационального числа и единицы равно этому числу:

$$a \cdot 1 = a.$$

5. Произведение рационального числа и нуля равно нулю:

$$a \cdot 0 = 0.$$

Законы умножения рациональных чисел применяются при упрощении вычислений.

Пример 3. Найдите произведение:
$(-3) \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot (-100)$.

Решение: так как все множители произведения отрицательны, а произведение каждых двух из них есть число положительное, то произведение двух пар чисел будет положительным, а умножение этого произведения на последний отрицательный множитель даёт отрицательное число:

$$(-3) \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot (-100) =$$
$$= 3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 2 \cdot (-100) = -3000.$$

Вывод: произведение **нечётного** количества отрицательных множителей есть число отрицательное, а произведение **чётного** количества отрицательных множителей есть число положительное.

Пример 4. Найдите значение выражения:
$(-0{,}6) \cdot (-1{,}7) + (-0{,}6) \cdot (-0{,}3)$.

Решение: по распределительному закону умножения получим:

$$(-0{,}6) \cdot (-1{,}7) + (-0{,}6) \cdot (-0{,}3) =$$
$$= (-0{,}6) \cdot (-1{,}7 + (-0{,}3)) = (-0{,}6) \cdot (-2) = 1{,}2.$$

200. Найдите произведение, применяя правило умножения отрицательных чисел: $-5 \cdot (-7)$; $-8 \cdot (-0{,}6)$; $-1{,}05 \cdot (-100)$; $-\frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{7}{9}\right)$; $-3 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

201. Найдите произведение, применяя правило умножения чисел с разными знаками: $-12 \cdot 3$; $7 \cdot (-0{,}4)$; $-2{,}3 \cdot 10$; $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$; $-6 \cdot \frac{5}{12}$.

202. Примените правила умножения рациональных чисел и определите, верно ли равенство:

а) $-3 \cdot (-8) = -24$; в) $9 \cdot (-5) = 45$;

б) $-15 \cdot 2 = -30$; г) $-0{,}4 \cdot (-2) = 0{,}8$.

203. Поставьте вместо многоточия знак «=», «>» или «<», чтобы сравнение с нулём было верным:

а) $-1{,}4 \cdot 6 \ldots 0$; $-2 \cdot (-0{,}7) \ldots 0$; $1{,}5 \cdot (-3) \ldots 0$;

б) $-9 \cdot (-2{,}1) \ldots 0$; $2{,}5 \cdot (-2) \ldots 0$; $-6{,}3 \cdot 0 \ldots 0$.

204. Замените многоточие знаком «+» или «−», чтобы равенство было верным:

а) $4 \cdot (\ldots 5) = -20$; $3 \cdot (\ldots 10) = 30$; $\ldots 8 \cdot (-6) = 48$;

б) $-4 \cdot (\ldots 8) = -32$; $\ldots 7 \cdot (-5) = 35$; $9 \cdot (\ldots 4) = 36$.

205. Найдите произведение, применяя правила умножения рациональных чисел:

а) $3{,}2 \cdot 4$; $0{,}07 \cdot (-5)$; $-1{,}8 \cdot (-0{,}2)$; $-2{,}4 \cdot 3$;

б) $\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$; $-\frac{5}{7} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$; $8 \cdot \frac{7}{16}$; $-\frac{8}{15} \cdot \frac{1}{4}$; $-\frac{7}{12} \cdot (-8)$.

206. Замените многоточие множителем так, чтобы равенство было верным:

а) $-10 \cdot \ldots = 60$; в) $15 \cdot \ldots = -60$;

б) $\ldots \cdot (-12) = -60$; г) $-4 \cdot \ldots = 0$.

207. Определите, положительным или отрицательным числом является произведение:

а) $a \cdot b$; в) $-a \cdot (-b)$;

б) $-a \cdot b$; г) $a \cdot (-b)$;

если a и b — натуральные числа.

208. Найдите произведение, применяя правила умножения рациональных чисел:

а) $14 \cdot (-6)$; $-1{,}6 \cdot (-4)$; $-0{,}03 \cdot 10$; $\frac{1}{2} \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right)$;

б) $-0{,}45 \cdot 0{,}14$; $-1\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{7}{20}\right)$; $3{,}2 \cdot \left(-1\frac{5}{16}\right)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

209. Представьте число в виде произведения двух:
а) целых чисел: -80; 30; -17; $-0{,}03$; 0;
б) противоположных чисел: -36; $-0{,}25$; -1.

210. Известно, что $a \cdot b = 123{,}4$. Найдите значение выражения:
а) $-a \cdot b$; в) $a \cdot (-b)$;
б) $-a \cdot (-b)$; г) $-(-a \cdot b)$.

211. Найдите значение выражения:
x^2, если $x = -9$; $-\frac{1}{6}$; $0{,}4$; $-1\frac{2}{3}$.

212. Определите знак произведения:
$(-1) \cdot (-2) \cdot \ldots \cdot (-2018)$.

213. Найдите значение выражения: $(-0{,}3)^2$; $-0{,}3^2$; $(-0{,}2)^3$; $-0{,}2^3$.

214. Замените многоточие множителем так, чтобы равенство было верным:
а) $-83 \cdot \ldots = -83$; в) $-15 \cdot \ldots = 0$;
б) $\ldots \cdot (-12) = 12$; г) $(-1) \cdot \ldots = 1$.

215. Определите знак произведения, если умножаются:
а) два отрицательных числа и одно положительное;
б) три отрицательных числа и два положительных;
в) четыре отрицательных числа;
г) пять отрицательных чисел и четыре положительных;
д) чётное число отрицательных множителей и три положительных;
е) нечётное число отрицательных множителей и два положительных.

216. Замените многоточие знаком «$>$» или «$<$»:
а) $-11 \cdot (-7) \cdot (-5) \ldots 0$;
б) $-4 \cdot (-1{,}4) \cdot (-0{,}1) \cdot (-0{,}1) \ldots 0$;
в) $-2{,}7 \cdot (-0{,}4) \cdot (-8) \cdot 37 \cdot (-6{,}9) \cdot (-1{,}1) \ldots 0$;
г) $51 \cdot (-3{,}5) \cdot (-0{,}009) \cdot 7{,}4 \cdot (-12) \cdot 1{,}25 \ldots 0$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

217. Найдите значение произведения:
а) $(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)$; $(-0{,}1)\cdot(-0{,}1)\cdot(-0{,}1)$; $(-1)^2\cdot 7$; $(-1)\cdot 3\cdot(-2)$; $0{,}2\cdot(-0{,}2)\cdot(-0{,}2)$;
б) $-6\cdot 5\cdot(-2)\cdot(-3)$; $4\cdot(-1)\cdot(-5)\cdot 2$; $0{,}3\cdot(-0{,}3)\cdot 0{,}3\cdot(-0{,}3)$.

218. Не выполняя умножения, сравните значения произведений:
а) $-2{,}3\cdot(-17)$ и $2{,}3\cdot(-17)$;
б) $9{,}8\cdot(-2{,}5)$ и $-9{,}8\cdot 2{,}5$;
в) $37{,}5\cdot 404$ и $-37{,}5\cdot 404$;
г) $-4{,}03\cdot 0{,}021$ и $-4{,}03\cdot(-0{,}021)$.

219. Представьте число -60 в виде произведения каких-либо:
а) двух множителей;
б) трёх множителей;
в) четырёх множителей.

220. Представьте число 96 несколькими способами в виде произведения положительных и отрицательных множителей.

221. Найдите произведение всех целых чисел, которые расположены между числами:
а) -10 и -6;
б) -7 и -2;
в) -5 и 5;
г) -5 и -1.

222. Не выполняя вычислений, определите знак произведения:
а) $(-25-3{,}7-0{,}9)\cdot(-1{,}015)$;
б) $(-2)^3\cdot 7$;
в) $(-5)^4\cdot(-9)$;
г) $(-4)^5\cdot(-3)^8$.

223. Выполните умножение рациональным способом, используя законы умножения:
а) $(-273\cdot 5)\cdot(-2)$;
б) $(-20\cdot(-3{,}98))\cdot(-5)$;
в) $(-125\cdot 4{,}7)\cdot 8$;
г) $(-0{,}2\cdot 6{,}7)\cdot(-50)$;
д) $-2\cdot(-43{,}7)\cdot 4\cdot(-125)$;
е) $(-2{,}5)\cdot 39\cdot(-40)\cdot(-0{,}1)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

224. Выполните умножение, используя законы умножения:

а) $-5 \cdot (-329) \cdot 2$; $-\frac{2}{7} \cdot 2{,}5 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot 4$;

б) $-\frac{4}{15} \cdot (-0{,}125) \cdot \left(-\frac{5}{16}\right) \cdot 80 \cdot 3\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{8}{25}\right)$.

225. Известно, что $a \cdot b = -6{,}54$. Найдите значение выражения:

а) $-0{,}2 \cdot a \cdot 5 \cdot (-b)$;

б) $a \cdot 0{,}25 \cdot (-b) \cdot (-4)$;

в) $-a \cdot (-12{,}5) \cdot (-b) \cdot 2^3$;

г) $-5 \cdot (-40 + 1) \cdot a \cdot b$.

226. Найдите значение выражения двумя способами:

а) $(-3 + 5) \cdot 7$;

б) $-0{,}5 \cdot (-4 - 1{,}2)$;

в) $(-2 + 6 - 8) \cdot (-3)$;

г) $-5 \cdot (40 - 1)$.

227. Выполните действия, применив распределительный закон умножения:

а) $\left(\frac{2}{3} - \frac{7}{15}\right) \cdot (-30)$; $(-0{,}3 + 0{,}07 - 1{,}6) \cdot (-10)$;

б) $\left(\frac{5}{6} - \frac{4}{9}\right) \cdot (-18)$; $(-100) \cdot (2{,}14 - 0{,}9 - 1{,}06)$.

228. Найдите значение выражения, применяя распределительный закон умножения:

а) $8{,}6 \cdot 54 + 8{,}6 \cdot (-34)$;

б) $-1\frac{4}{5} \cdot \left(-3\frac{2}{3}\right) - 2\frac{2}{9} \cdot \left(-1\frac{4}{5}\right)$;

в) $-19 \cdot (-0{,}37) + (-0{,}37) \cdot 9$;

г) $-25{,}6 \cdot 4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} \cdot (-25{,}6)$.

229. Выполните действия с десятичными дробями:

а) $5{,}2 + 1{,}46$; $10{,}78 - 2{,}1$; $2{,}8 - 0{,}009$;

б) $82{,}054 : 0{,}7$; $8{,}32 : 0{,}016$; $60{,}63 : 8{,}6$.

230. Установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

$$10{,}9 - 2\frac{16}{19} \cdot (2{,}27 + 9{,}792 : 6{,}4) + \left(5\frac{11}{14} - 4\frac{20}{21}\right) : 3\frac{11}{63}.$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

231. Решите уравнение:

а) $7x = 9$; в) $0{,}5x = 1{,}3$;

б) $0{,}9x = 0$; г) $\frac{1}{8}x = \frac{1}{4}$.

232. За два дня конкурса жюри просмотрело 24 танцевальных ансамбля. Количество ансамблей, выступивших в первый день, составило $\frac{5}{7}$ количества ансамблей, выступивших во второй день. Сколько танцевальных ансамблей выступило в каждый из этих дней?

233. В трёх школах 270 шестиклассников. В первой школе шестиклассников в 3 раза больше, чем во второй, а во второй — на 20 шестиклассников больше, чем в третьей. Сколько шестиклассников в третьей школе?

234. В первый день распродаж скутеров новой марки в магазине спортивных товаров было продано на 3 скутера меньше, чем во второй день, а в третий — $\frac{5}{9}$ того, что продали за первые два дня. Сколько скутеров продал магазин в каждый день, если всего за три для продано 98 скутеров?

235. Туристы за два дня проехали 480 км. В первый день они были в пути 5 ч, а во второй – на 2 ч больше. Сколько километров проехали туристы в каждый день, если они передвигались с одинаковой скоростью?

236. За 15 открыток, 10 конвертов и 10 блокнотов заплатили 28,5 р. Конверт в 8 раз дешевле блокнота и на 0,2 р. дороже открытки. Сколько стоят открытка, конверт, блокнот?

Проверь себя!

1. Произведение двух отрицательных чисел есть число ... .

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Произведение чисел с разными знаками есть число ... .

3. Модуль произведения равен ... модулей множителей.

4. Произведение ... количества отрицательных множителей есть число отрицательное, а произведение ... количества отрицательных множителей есть число положительное.

237. Сравните произведение двух рациональных чисел с нулём, заменив «*» знаком «>», «<» или «=»:

$4 \cdot (-7) * 0$; $-2{,}5 \cdot 0 * 0$; $-0{,}3 \cdot (-0{,}9) * 0$; $-10{,}6 \cdot 8 * 0$.

238. Найдите произведение, применяя правила умножения рациональных чисел:

$9 \cdot 7$; $15 \cdot (-4)$; $0{,}8 \cdot (-6)$; $-\frac{9}{16} \cdot \frac{2}{3}$; $-\frac{5}{18} \cdot (-3)$.

239. Представьте каждое из чисел -9; $-2{,}4$; $0{,}15$ в виде произведения двух чисел, одно из которых равно -3.

240. Найдите произведение, применяя правила умножения рациональных чисел:

а) $-7{,}2 \cdot 0{,}58$; $-3\frac{1}{5} \cdot \left(-1\frac{11}{24}\right)$; $2{,}8 \cdot \left(-3\frac{4}{7}\right)$;

б) $2{,}06 \cdot (-9{,}5)$; $-1\frac{13}{20} \cdot \left(-\frac{4}{11}\right)$; $-2\frac{4}{13} \cdot 6{,}5$.

241. k и t — рациональные числа, причём $k < 0$, $t > 0$. Сравните с нулём:

а) $k \cdot t$; в) $-k \cdot (-t)$; д) $-(-k \cdot t)$;

б) $-k \cdot t$; г) $k \cdot (-t)$; е) $-(-k) \cdot (-t)$.

242. Найдите значение произведения:

а) $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$;

б) $-4 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 0{,}8$;

в) $(-0{,}3) \cdot (-5) \cdot (-0{,}4) \cdot (-0{,}8) \cdot (-1)^2$;

г) $(-1{,}5) \cdot (-2{,}4) \cdot 6 \cdot (-4{,}12) \cdot (-1)^3$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

243. Найдите значение степени:

а) $(-1{,}2)^2$; в) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$;

б) $(-3)^4$; г) $(-1)^8$.

244. Выполните умножение рациональным способом, используя законы умножения:

а) $(-0{,}5 \cdot 128) \cdot (-2)$;

б) $-40 \cdot (-3{,}98) \cdot (-2{,}5)$;

в) $-125 \cdot 5{,}3 \cdot (-0{,}8)$;

г) $-40 \cdot (-9{,}25) \cdot 20 \cdot (-0{,}125)$;

д) $\left(-1\frac{3}{5}\right) \cdot 2\frac{1}{7} \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right) \cdot (-7) \cdot \frac{5}{8} \cdot (-9)$.

245. Определите знак произведения, не выполняя вычислений:

а) $-1{,}6 \cdot (-5) \cdot (-0{,}7) \cdot (-23) \cdot 4{,}8$;

б) $33 \cdot (-4) \cdot (-0{,}12) \cdot (-9) \cdot 50{,}5$.

246. Найдите значение выражения, применяя распределительный закон умножения:

а) $-0{,}7 \cdot 9{,}7 - 9{,}6 \cdot (-0{,}7)$;

б) $-14{,}8 \cdot 6\frac{10}{17} + 3\frac{7}{17} \cdot (-14{,}8)$.

247. Выполните действия, применив распределительный закон умножения:

а) $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right) \cdot (-12)$; $(-0{,}8 + 0{,}03 - 2{,}7) \cdot (-100)$;

б) $(-100) \cdot \left(-\frac{13}{25} + \frac{11}{20} - \frac{7}{50}\right)$;

$\left(\frac{2}{5} - 0{,}2 + 1\frac{3}{8} - 1{,}1\right) \cdot (-40)$.

Двое друзей играют, называя по очереди любое число от 1 до 5 и прибавляя к предыдущему. Выигрывает тот, кто первым назовёт число 30. Есть ли выигрышная стратегия в этой игре?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 8. Деление рациональных чисел

Для определения числа, равного частному двух чисел, нужно определить: 1) модуль этого числа; 2) знак этого числа. Рассмотрим примеры. Найдите частное:

а) $-15 : (-3)$; б) $-15 : 3$; в) $15 : (-3)$.

а) Для того чтобы одно число (-15) разделить на другое (-3), нужно найти такое число, которое при умножении на (-3) даст число -15. По правилам умножения: $5 \cdot (-3) = -15$. Значит, $-15 : (-3) = 5$. Эти рассуждения можно провести в общем виде: при делении двух отрицательных чисел нужно найти такое число, которое при умножении на отрицательный делитель даст отрицательное делимое. По правилам умножения — это число положительное. Значит, **частное двух отрицательных чисел есть число положительное, а модуль частного равен частному модулей делимого и делителя;**

б) для того чтобы число (-15) разделить на 3, нужно найти такое число, которое при умножении на 3 даст число -15. По правилам умножения будем иметь: $-5 \cdot 3 = -15$. Значит, $-15 : 3 = -5$. Проведём эти рассуждения в общем виде: при делении отрицательного числа на положительное число нужно найти такое число, которое при умножении на положительный делитель даст отрицательное делимое. По правилам умножения — это число отрицательное. Значит, **частное отрицательного и положительного числа есть число отрицательное, а модуль частного равен частному модулей делимого и делителя;**

в) рассуждения, аналогичные предыдущим, приводят к выводу: $15 : (-3) = -5$.

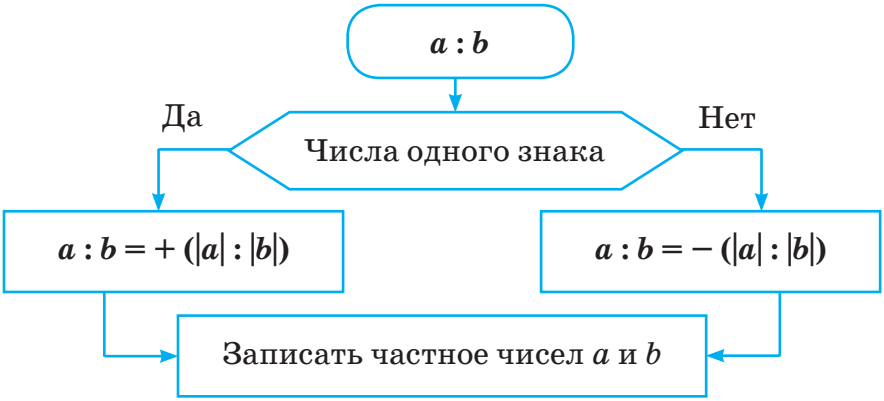
Вывод: частное двух отрицательных чисел есть число положительное.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Частное двух чисел с разными знаками есть число отрицательное.

Модуль частного двух отрицательных чисел или чисел с разными знаками равен частному модулей делимого и делителя.

Можно использовать алгоритм деления двух чисел с одинаковыми знаками или чисел с разными знаками.



Примеры:

а) $-1{,}5 : (-0{,}03)$; в) $15 : (-0{,}03)$.

б) $-0{,}15 : 0{,}03$;

а) делимое и делитель — отрицательные числа, значит, частное — положительное число. Найдём его модуль: $1{,}5 : 0{,}03 = 150 : 3 = 50$.

Запишем ответ: $-1{,}5 : (-0{,}03) = 50$;

б) делимое и делитель — числа с разными знаками, значит, частное — отрицательное число. Найдём его модуль: $0{,}15 : 0{,}03 = 15 : 3 = 5$; $-0{,}15 : 0{,}03 = -5$.

Запишем ответ: $-0{,}15 : 0{,}03 = -5$;

в) делимое и делитель — числа с разными знаками, значит, частное — отрицательное число. Найдём его модуль: $15 : 0{,}03 = 1500 : 3 = 500$; $15 : (-0{,}03) = -500$.

Запишем ответ: $15 : (-0{,}03) = -500$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Свойства частного двух рациональных чисел.

1. Частное рационального числа и 1 равно этому числу:

$$a : 1 = a.$$

2. Частное двух равных рациональных чисел при условии, что делитель не равен нулю, равно:

$$a : a = 1.$$

3. Частное нуля и рационального числа при условии, что делитель не равен нулю, равно нулю:

$$0 : a = 0.$$

248. Найдите частное, применяя правило деления отрицательных чисел: $-240 : (-8)$; $-8{,}4 : (-2)$; $-18 : (-0{,}3)$; $-\frac{9}{10} : \left(-\frac{3}{20}\right)$; $-\frac{1}{9} : (-3)$.

249. Найдите частное, применяя правило деления чисел с разными знаками: $75 : (-5)$; $-6{,}4 : 0{,}4$; $28 : (-0{,}07)$; $\frac{8}{15} : \left(-\frac{4}{9}\right)$; $-4 : \frac{1}{12}$.

250. Примените правила деления рациональных чисел и определите, верно ли равенство:

а) $-30 : (-5) = -6$;
б) $-18 : 2 = -9$;
в) $6 : (-0{,}2) = 30$;
г) $-0{,}9 : (-0{,}1) = 90$.

251. Вставьте вместо многоточия знак «=», «>» или «<», чтобы запись была верной:

$-0{,}4 : 5 \ldots 0$; $-24 : (-0{,}8) \ldots 0$; $4{,}8 : (-6) \ldots 0$.

252. Замените многоточие знаком «+» или «−», чтобы равенство было верным:

$24 : (\ldots 6) = -4$; $-48 : (\ldots 8) = 6$; $-32 : (-4) = \ldots 8$.

253. Найдите частное, применяя правила деления рациональных чисел. Ответы проверьте с помощью умножения:

а) $-9 : (-3)$; $-120 : 8$; $-90 : (-5)$; $300 : (-60)$;
б) $3{,}2 : (-4)$; $-2 : 5$; $-8{,}1 : (-0{,}3)$; $-0{,}12 : 0{,}6$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

254. Решите уравнение:

а) $5x = -40$; $-12x = -4$; $-1{,}5x = 9$; $3y = -\frac{3}{7}$;

б) $-10x = 6$; $6x = -50$; $-39x = -13$; $-4x = \frac{1}{9}$.

255. Можно ли определить, положительным или отрицательным числом является частное:

а) $m : n$; в) $-m : (-n)$;

б) $-m : n$; г) $m : (-n)$,

если m и n — натуральные числа?

256. Найдите частное, применяя правила деления рациональных чисел:

а) $-7 : (-3)$; $10{,}4 : (-1{,}3)$; $-5{,}42 : (-27{,}1)$;

б) $-5 : 2$; $-10{,}01 : (-7{,}7)$; $257{,}25 : (-0{,}375)$.

257. Представьте число в виде частного:

а) двух рациональных чисел: -4; 9; $-0{,}2$; 0; -1;

б) двух взаимно обратных чисел, одно из которых есть отрицательное число: 4; $\frac{1}{4}$; 25; $\frac{1}{64}$.

258. Выполните действия:

$-18{,}8 \cdot 0{,}35$; $-3{,}06 \cdot (-6{,}04)$; $41{,}58 : (-5{,}4)$;

$-7\frac{5}{11} \cdot \left(-9\frac{1}{6}\right)$; $-2\frac{1}{4} : 1\frac{1}{8}$.

259. Решите уравнение:

а) $x \cdot 0{,}7 = -5{,}11$; б) $-0{,}312 : k = 2{,}6$.

260. Найдите среднее арифметическое чисел:

а) -15 и 10; б) 12, -15 и -12.

261. В таблице приведены изменения температуры на протяжении суток за каждые три часа. Найдите среднюю температуру воздуха в этот день.

Время, ч	6	9	12	15	18	21	24
Температура, °C	−4	−2,5	+1	+3	+1,5	+1	−2

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

262. Решите уравнение:

а) $\frac{2}{7} : \left(-\frac{3}{14}\right) = a : \left(-\frac{5}{6}\right)$;

б) $-3\frac{1}{5} : x = -9\frac{1}{3} : \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

263. При каких значениях m и n верно равенство:

а) $m : n = 1$; б) $m : n = -1$?

264. Представьте числа в виде дроби $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$:

а) 1; в) 0; д) 0,9; ж) $5\frac{3}{7}$;

б) 7; г) −11; е) −2,5; з) $-2\frac{1}{8}$.

265. Решите уравнение: $-1\frac{1}{4} \cdot x + 9 = 2\frac{1}{8}$.

266. Запишите в виде десятичной дроби числа: $\frac{2}{5}$; $-\frac{3}{4}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{9}{25}$.

267. Запишите обыкновенные дроби: $\frac{7}{12}$; $\frac{8}{45}$; $1\frac{3}{11}$ в виде бесконечных десятичных дробей и округлите до десятых.

268. Решите уравнение:

а) $8{,}3x + 2x - 60{,}5 = 300$;

б) $0{,}02x + 0{,}5x + 0{,}092 = 0{,}3$.

269. На карте масштабом 1 : 500 000 участок нефтепровода имеет длину 12,5 см. Какую длину имеет этот участок нефтепровода на местности?

270. Фермер продал 130 т овса и купил кукурузу. Сколько тонн кукурузы купил фермер, если 100 кг овса стоят столько же, сколько 78 кг кукурузы?

271. Пять туристов взяли запас продовольствия на 12 дней. На сколько дней хватило бы этого запаса, если бы туристов было шестеро?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

272. Длина и ширина прямоугольника относятся как 5 : 3. Найдите стороны прямоугольника, если известно, что его ширина меньше длины на 16 см.

Проверь себя!

1. Частное двух отрицательных чисел есть число ….

2. Частное двух чисел с разными знаками есть число … .

3. Модуль частного двух отрицательных чисел или чисел с разными знаками равен … модулей делимого и делителя.

273. Запишите вместо многоточия знак «=», «>» или «<», чтобы запись была верной:
$-20 : 5 \ldots 0$; $-4{,}2 : (-0{,}7) \ldots 0$; $0 : (-12{,}5) \ldots 0$; $0{,}16 : (-10) \ldots 0$.

274. Проверьте умножением результат деления:
$-15 : 3$; $-17 : (-2)$; $0{,}4 : (-4)$.

275. Найдите частное:
$1 : (-2)$; $0 : (-2)$; $1 : (-1)$; $(-1) : (-1)$; $(-1) : (-1000)$.

276. Выполните деление: $25 : (-5)$; $-3 : 5$; $6{,}6 : (-0{,}3)$.

277. Найдите частное, применяя правила деления рациональных чисел:
$4 : (-9)$; $-3{,}99 : (-0{,}38)$; $-9{,}853 : 0{,}59$; $2 : \left(-\frac{4}{5}\right)$.

278. Решите уравнение:

а) $x \cdot 6 = -54$; $-12 \cdot y = -60$; $-\frac{2}{3} : y = 2$; $x : (-0{,}8) = -40$;

б) $|x| \cdot (-6) = -3$; $|x| : (-1{,}5) = 6$; $-0{,}48 : |x| = -0{,}2$; $-2\frac{2}{9} : a = 11\frac{2}{3} : \left(-1\frac{2}{5}\right)$.

279. Какие из дробей $-\frac{m}{n}$; $\frac{-m}{n}$; $\frac{-m}{-n}$; $\frac{m}{-n}$; $\frac{m}{n}$ равны при $n \neq 0$?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

280. Определите знак значения выражения, не выполняя вычислений:

а) $3{,}5 : (-5) : (-0{,}04) \cdot (-8) : 0{,}5$;

$\dfrac{1{,}3 : (-2{,}4) \cdot (-0{,}3)}{-27 \cdot (-0{,}08)}$;

б) $-2{,}7 : (-3) \cdot (-0{,}8) : (-15) \cdot 9{,}6$;

$\dfrac{(-7{,}5) : 1{,}8 \cdot (-0{,}3)}{-81 \cdot (-0{,}06) : (-9)}$.

281. Найдите среднее арифметическое чисел:

$-8{,}6$; -4; $-0{,}55$ и $-\dfrac{2}{5}$.

282. Решите уравнение: $-2 - \dfrac{8}{9} \cdot y = -3\dfrac{13}{27}$.

1. На сколько единичных отрезков и в каком направлении нужно перенести начало координат, чтобы модуль числа:

а) 5; б) -6; в) m не изменился?

2. Расшифруйте ребусы:

§ 9. Задачи на все действия с рациональными числами

1. Среди чисел 2,5; -10; $-\dfrac{1}{3}$; 0; 21; $|-4|$ укажите:

а) положительные;

б) отрицательные;

в) неположительные;

г) неотрицательные;

д) неположительное и неотрицательное.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Решение:

а) $2{,}5;\ |-4|;\ 21;$ в) $-10;\ -\frac{1}{3};\ 0;$

б) $-10;\ -\frac{1}{3};$ г) $2{,}5;\ |-4|;\ 21;\ 0.$

2. Вычислите:

а) $-\frac{3}{4}+2{,}6;$ в) $\frac{1}{6}-0{,}5;$

б) $-0{,}25+\left(-\frac{5}{6}\right);$ г) $2{,}05+\left(-3\frac{2}{5}\right).$

Решение:

а) $-\frac{3}{4}+2{,}6=-0{,}75+2{,}6=1{,}85;$

б) $-0{,}25+\left(-\frac{5}{6}\right)=-\frac{1}{4}-\frac{5}{6}=-\frac{3+10}{12}=-\frac{13}{12}=-1\frac{1}{12};$

в) $\frac{1}{6}-0{,}5=\frac{1}{6}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}-\frac{3}{6}=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3};$

г) $2{,}05+\left(-3\frac{2}{5}\right)=2{,}05-3{,}4=-1{,}35.$

3. Поставьте вместо «*» знак «+» или «−» так, чтобы равенство было верным:

а) $(*10)+(*5)=-5;$

б) $(*8)+(*9)=1;$

в) $(*10)+(*10)=-20.$

Решение:

а) $-10+(+5)=-5;$

б) $(-8)+(+9)=1;$

в) $(-10)+(-10)=-20.$

4. Представьте число -12 в виде суммы двух отрицательных слагаемых так, чтобы:

а) оба слагаемых были десятичными дробями;

б) одно из слагаемых было правильной обыкновенной дробью.

Решение:

а) $-12=-2{,}5-9{,}5$ или $-12=-7{,}26-4{,}74$ и т. д.

б) $-12=-11{,}5-\frac{1}{2}$ или $-12=-11{,}04-\frac{24}{25}$ и т. д.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

5. Как изменится разность двух чисел, если:

а) к уменьшаемому прибавить 10, а к вычитаемому — −7;

б) к уменьшаемому прибавить −3, а к вычитаемому — −2?

Решение:

а) вычитаемое −7 можно заменить слагаемым 7, поэтому разность увеличится на $10 + 7 = 17$;

б) разность уменьшится на 5, так как уменьшаемое уменьшится на 3, а вычитаемое увеличится на 2.

6. Выполните действия:

а) $(-2{,}5)^2 - (-3{,}2) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) + (-6{,}25)$;

б) $-3\frac{1}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2}\right) + 2\frac{2}{5} : \left(-1\frac{11}{15}\right)$.

Решение:

а) $(-2{,}5)^2 - (-3{,}2) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) + (-6{,}25) =$

$= 6{,}25 - 3{,}2 \cdot \frac{3}{8} - 6{,}25 = -\frac{3{,}2 \cdot 3}{8} = -\frac{0{,}4 \cdot 3}{1} = -1{,}2$;

б) $-3\frac{1}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2}\right) + 2\frac{2}{5} : \left(-1\frac{11}{15}\right) =$

$= \frac{10}{3} \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{2}{11} - \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{26} = \frac{5}{3} - \frac{18}{13} = \frac{65-54}{39} = \frac{11}{39}$.

283. Выполните вычисления: $15{,}17 : (-4{,}1)$; $10{,}44 : (-3{,}6)$; $-3{,}1 \cdot (-1)^{18}$.

284. $-0{,}2 + \frac{1}{9}$; $-\frac{1}{6} - (-0{,}3)$; $-3{,}5 \cdot \left(-1\frac{3}{7}\right)$; $4{,}5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$.

285. Запишите числа: 1) 4,8; 2) −2,5 в виде:

а) суммы двух чисел с одинаковыми знаками;

б) суммы двух чисел с разными знаками;

в) разности двух чисел с одинаковыми знаками;

г) разности двух чисел с разными знаками;

д) произведения двух чисел с одинаковыми знаками;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

е) произведения двух чисел с разными знаками;
ж) частного двух чисел с одинаковыми знаками;
з) частного двух чисел с разными знаками.

286. Установите порядок действий и выполните действия с целыми числами:
а) $4 \cdot (-14 + 18 : 2) - 25$;
б) $-17 + ((-10) \cdot (-6) - 50) : (-5)$;
в) $14 : (43 - 50) \cdot 3 - 18$;
г) $-36 - 72 : (-14 + 5) \cdot (-3)$;
д) $-8 \cdot 4 + 18 : (8 - 11)$.

287. Установите порядок действий и выполните действия:
а) $18{,}2 : (-9{,}1) \cdot 0{,}7 - 3{,}4 \cdot (-2{,}3) : 17$;
б) $2\frac{3}{5} + 2\frac{2}{5} : (0{,}6 \cdot 3{,}25 - 0{,}812 : 0{,}4)$.

288. Найдите значение выражения:
а) $(-0{,}8 \cdot 1{,}2 + 1{,}06) : (-0{,}5)$;
б) $\left(-\frac{22}{45} : \frac{4}{5} + \frac{5}{72} : \left(-\frac{5}{6}\right)\right) \cdot 3{,}6$;
в) $(-30{,}15 : 15 + 0{,}91) \cdot (-2{,}4)$.

289. Решите уравнение:
а) $x \cdot 0{,}91 = -6{,}643$; $-6{,}24 : k = -1{,}3$; $-\frac{5}{7}a = 1\frac{17}{28}$;
б) $x \cdot 0{,}83 = -5{,}146$; $x : (-4{,}7) = -6{,}02$; $-\frac{3}{8}y = -\frac{9}{16}$;
в) $-3{,}4 \cdot m = -0{,}85$; $-3{,}12 : k = 2{,}6$; $-\frac{5}{9}y = -\frac{25}{27}$.

290. Сыну 10 лет. Его возраст составляет $\frac{2}{7}$ возраста мамы. Сколько лет маме?

291. Стол стоимостью 250 р. уценили на 10 %. Какова новая стоимость стола?

292. Рюкзак со скидкой в 10 % стоит 18 р. Сколько стоил рюкзак до скидки?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

293. Смешали 0,16 кг грузинского, 0,5 кг цейлонского и 0,14 кг индийского чая. Найдите процентное содержание каждого вида чая в полученной смеси.

294. При разработке новой модели расход ткани на платье увеличился с 3,2 м до 3,6 м. На сколько процентов увеличился расход ткани на платье?

295. На автостоянке 35 % всех машин легковые, остальные — грузовые. Сколько всего машин на автостоянке, если известно, что грузовых машин на 24 больше, чем легковых?

296. Костюм на 59,5 р. дешевле пальто. Сколько стоит костюм, если пальто дороже костюма в 1,7 раза?

297. В трёх зоопарках 325 животных. Число животных в третьем зоопарке составляет 50 % числа животных второго зоопарка, а во втором — в 1,5 раза больше, чем в первом зоопарке. Сколько животных в каждом зоопарке?

298. За арбуз в 4,2 кг и дыню в 5,4 кг заплатили 13,56 р. Известно, что 1 кг дыни дороже 1 кг арбуза на 0,2 р. Сколько стоит 1 кг дыни?

Проверь себя!

1) *Алгоритм выполнения действий умножения и деления рациональных чисел:*

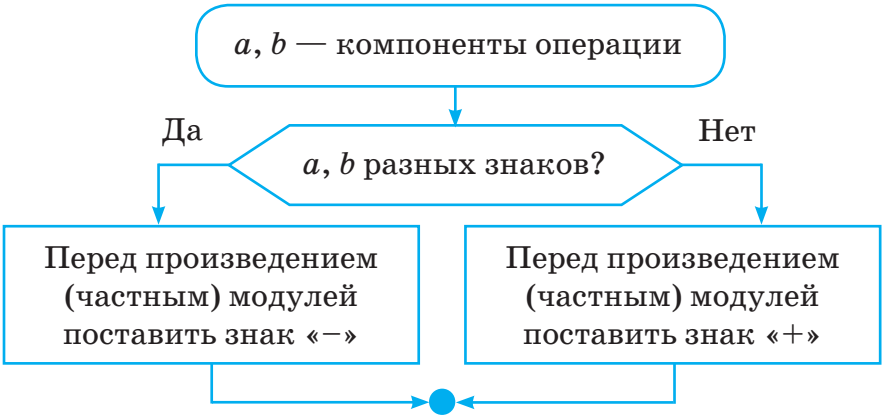
1. Выделить компоненты и знак выполняемой операции.

2. Найти модули компонентов выполняемой операции.

3. Выполнить необходимую операцию с модулями чисел.

4. Воспользоваться блок-схемой.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне


a, b — компоненты операции
Да
a, b разных знаков?
Нет
Перед произведением (частным) модулей поставить знак «−»
Перед произведением (частным) модулей поставить знак «+»

2) *Составьте алгоритм выполнения действий вычитания и сложения рациональных чисел.*

299. Установите порядок действий и выполните действия с целыми числами:

а) $8 - 27 : 3 \cdot (19 - 26)$;

б) $-16 : (-16 - 12 + 24) \cdot (-6)$;

в) $-5 \cdot (4 - 13) : (-3) + 6$;

г) $(-5) \cdot (-4) : (-22 - 34 + 46)$.

300. Установите порядок действий и выполните действия с рациональными числами:

$0{,}00936 : (-0{,}18) - 0{,}7 \cdot (-0{,}3) \cdot (-0{,}4)$.

301. Решите уравнение:

а) $x : 3{,}7 = -5{,}04$; б) $-2{,}8 \cdot m = -0{,}98$.

302. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $44 : (-25) - (4{,}3 \cdot 0{,}8 - 3{,}7)$;

б) $\left(-\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{15} - \frac{2}{15}\right) : (-8)$.

303. Собственная скорость катера 24 км/ч, скорость течения реки составляет 15 % собственной скорости катера. Какова скорость катера по течению реки?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

304. Около дома стояло 9 машин, 4 из них были серыми. Какую часть всех машин составляли серые машины? Выразите полученное число в процентах.

305. Когда Денис прочитал 70 % повести, ему осталось прочитать 30 страниц. Сколько страниц составляет повесть?

306. Вася посчитал, что если каждая девочка принесёт по 3 кг макулатуры, а каждый мальчик — по 5 кг, то все 30 учащихся класса соберут 122 кг макулатуры. Сколько в классе мальчиков?

Три шины разных размеров лежат одна на другой в виде пирамиды. Каково наименьшее число перекладываний шин на одно из двух свободных мест надо сделать, чтобы в результате получилась такая же пирамида? Нельзя перекладывать шину большего размера на маленькую.

§ 10. Тест для самопроверки

После изучения этой главы я должен уметь:

1. Применять понятия положительных, отрицательных, противоположных чисел для записи значений величин.

2. Вычислять значения выражений, содержащих модуль числа.

3. Сравнивать рациональные числа.

4. Применять понятие рациональных чисел для определения принадлежности их числовым множествам.

5. Изображать рациональные числа на координатной прямой.

6. Определять координаты точек на координатной прямой.

7. Применять правила сложения, вычитания, умножения и деления рациональных чисел для вычисления значений выражений.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

8. Применять законы сложения и умножения рациональных чисел для упрощения вычислений.

9. Решать задачи на применение законов действий с рациональными числами.

10. Находить среднее арифметическое рациональных чисел.

Тест

1. Среди следующих чисел найдите числа, имеющие равные модули:

а) 0,1; в) −100; д) 0,001;
б) −10; г) −0,001; е) −1000.

2. Упростите выражение, используя понятие противоположного числа:

а) −(−3,5); в) −(−(−1));
б) −(−4,006); г) −(−(−(−9))).

3. Выберите наименьшее из чисел:

а) −3,5; в) −0,35;
б) −3,0005; г) −0,000305.

4. Выберите верное утверждение:

а) $-3 \in N$; в) $-0{,}35 \in Z$;
б) $-3 \in Z$; г) $-1 \in Q$.

5. Какая из точек координатной прямой находится правее остальных:

а) $M(-11)$; в) $K(-3{,}5)$;
б) $P(-3)$; г) $L(-11{,}2)$?

6. Сравните результаты вычисления суммы, разности, произведения чисел −24,6 и −0,6, выберите из них наибольшее число:

а) 14,76; б) −24; в) −25,2; г) 41.

7. Является ли результат выполнения действий положительным:

а) $(-2) \cdot 9 \cdot (-5) \cdot (-4) \cdot 2$;
б) $(-2)^4 \cdot (-4) \cdot (-1) \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot 4$;
в) $(-0{,}1) \cdot (-0{,}1) \cdot (-0{,}1)$;
г) $(-2)^7$?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

8. Найдите 30 % от значения выражения $-0{,}5 : (-0{,}25) - (-1{,}2) \cdot (-1{,}5) + 0{,}00235 : (-0{,}047)$:

а) 1,45; б) −0,45; в) 0,045; г) 4,5.

9. Найдите число, если его произведение с числом −0,5 на 12 больше числа −8:

а) −40; б) −20; в) 8; г) −8.

10. В течение всей недели температура изменялась на −2 °С каждый день. Какой была температура в последний день недели, если в первый день она была +4 °С:

а) −4; б) −5; в) 7; г) −10?

§ 11. Математика вокруг нас

1. Самая высокая точка в Беларуси – гора Дзержинская, её высота 345 м над уровнем моря. А самая низкая — место пересечения Немана с границей Литвы — 80 м ниже уровня моря. Найдите перепад высот на территории Беларуси.

2. Один предприниматель имел 750 р. и был должен другому 380 р. Второй предприниматель имел 940 р. и был должен первому 460 р. Сколько денег останется у каждого предпринимателя после взаимных расчётов? Сформулируйте задачу, используя понятие отрицательных чисел.

3. В начале декабря температура воздуха была в среднем −6 °С. К середине месяца температура понизилась в 2 раза, а к концу — потеплело на 20 % по сравнению с началом месяца. Найдите среднюю температуру за декабрь.

4. Студент-геолог находился в экспедиции 3 дня. В первый день температура воздуха была −17 °С. Во второй день температура поднялась на 5 °С. Отношение температуры за 3-й день к температуре за 2-й день равно 1 : 2. Найдите среднюю температуру за 3 дня.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

5 ГЛАВА КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ

§ 1. Прямоугольная (декартова) система координат на плоскости

Чтобы определить положение точки на прямой, достаточно знать число, соответствующее этой точке, её координату. Для определения положения автомобиля при движении по прямолинейной дороге также достаточно указать направление от точки отсчёта движения и число километров. Как определить положение точки на плоскости? На плоскости шахматной доски клетки по краям шахматной доски имеют числовое и буквенное обозначения (рис. 1).

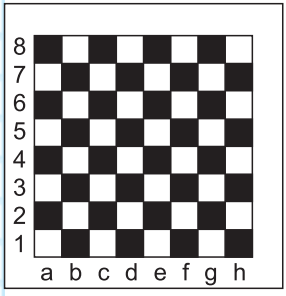


Рисунок 1

Для того чтобы определить положение фигуры на плоскости шахматной доски, нужно знать два символа: букву и число. Так, положение чёрного коня определяется парой (e; 6) (рис. 2).

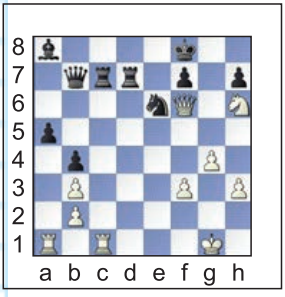


Рисунок 2

Для определения положения точки на плоскости используют **пару чисел.** Для этого на плоскости проводят две перпендикулярные прямые: горизонтальную и вертикальную. Их точку пересечения обозначают точкой O и считают началом координат (рис. 3). Указывают положительное направление стрелкой: на горизонтальной прямой, как правило, вправо, на вертикальной прямой — вверх.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Горизонтальную прямую называют **осью абсцисс, обозначают *OX*.** Вертикальную прямую называют **осью ординат, обозначают *OY*. Единичные отрезки на осях обычно выбирают одинаковой длины.**

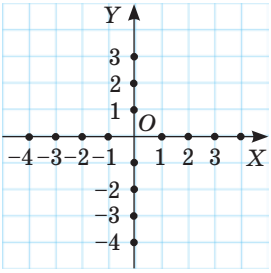


Рисунок 3

Две перпендикулярные прямые на плоскости с началом координат, единичным отрезком и положительным направлением называют **прямоугольной (декартовой) системой координат на плоскости.**

Плоскость вместе с прямоугольной (декартовой) системой координат называют **координатной плоскостью.**

*Впервые прямоугольную систему координат ввёл **Рене Декарт** в своей работе **«Геометрия»** в **1637 году**.*

Чтобы построить систему координат, нужно:

1. Построить две перпендикулярные прямые и обозначить *OX* и *OY*.

2. Выбрать положительное направление и отметить его стрелкой на каждой прямой.

3. Отметить начало координат: точку *O* (число 0).

4. Отложить единичный отрезок в положительном направлении на каждой оси.

Определим положение точки *M* на координатной плоскости (рис. 4): проведём перпендикуляр из точки *M* к оси абсцисс и определим координату точки его пересечения с осью абсцисс на этой оси. Это число 4, оно называется абсциссой точки *M*. Проведём перпендикуляр из точки *M* к оси ординат и определим координату

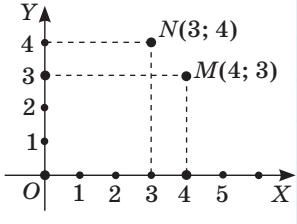


Рисунок 4

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

точки его пересечения с осью ординат на этой оси. Это число 3, оно называется ординатой точки M. Записывается $M(4; 3)$, читается: точка M с координатами 4 и 3 или точка M с абсциссой 4 и ординатой 3. Точка $N(3; 4)$ занимает другое положение на координатной плоскости, поэтому важно, что при определении координат на первом месте в скобках записывают абсциссу точки, а на втором месте — её ординату.

Чтобы определить координаты точки, нужно:

1. Провести перпендикуляр из этой точки к оси абсцисс и определить координату точки его пересечения с осью абсцисс на этой оси. Получим абсциссу точки.

2. Провести перпендикуляр из этой точки к оси ординат и определить координату точки его пересечения с осью ординат на этой оси. Получим ординату точки.

3. Записать найденные в п. 1 и 2 абсциссу и ординату точки.

Координатные оси разделяют координатную плоскость на 4 части: координатные четверти (рис. 5).

Определим, какие координаты имеют точки на осях координат и в четвертях (рис. 6).

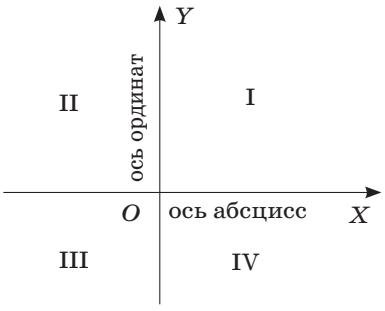


Рисунок 5

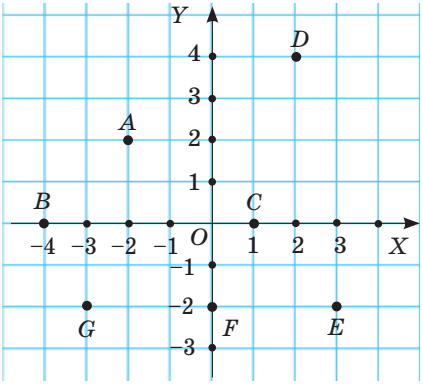


Рисунок 6

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Точки $B(-4; 0)$ и $C(1; 0)$ лежат на оси абсцисс, их ординаты равны нулю. Точка $F(0; -2)$ лежит на оси ординат, её абсцисса равна нулю. Точка $D(2; 4)$ лежит в первой четверти, обе её координаты положительны. Точка $G(-3; -2)$ лежит в третьей четверти, обе её координаты отрицательны. Точка $A(-2; 2)$ лежит во второй четверти, имеет отрицательную абсциссу и положительную ординату. Точка $E(3; -2)$ лежит в четвёртой четверти, имеет положительную абсциссу и отрицательную ординату.

Как построить точку по её координатам?

Рассмотрим примеры (рис. 7):

Построить точку:

а) $\boldsymbol{D(6; 2)}$.

1. На оси абсцисс отметить абсциссу 6 и провести перпендикуляр к этой оси через отмеченную точку.

2. На оси ординат отметить ординату 2 и провести перпендикуляр к этой оси через отмеченную точку.

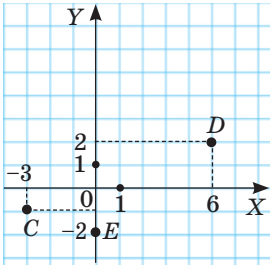


Рисунок 7

3. Найти точку пересечения перпендикуляров. Это будет точка D.

б) $\boldsymbol{C(-3; -1)}$.

1. На оси абсцисс отметить абсциссу точки -3 и провести перпендикуляр к этой оси через отмеченную точку.

2. На оси ординат отметить ординату точки -1 и провести перпендикуляр к этой оси через отмеченную точку.

3. Найти точку пересечения перпендикуляров. Это будет точка C.

в) $\boldsymbol{E(0; -2)}$.

1. Так как абсцисса точки E равна нулю, то эта точка лежит на оси ординат.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. На оси ординат отметить ординату точки −2. Обозначить отмеченную точку E.

Чтобы построить точку по её координатам, нужно:

1. На оси абсцисс отметить абсциссу точки и провести перпендикуляр к этой оси через отмеченную точку.

2. На оси ординат отметить ординату точки и провести перпендикуляр к этой оси через отмечценную точку.

3. Найти точку пересечения перпендикуляров, это будет искомая точка.

Если абсцисса точки равна нулю, то точка лежит на оси ординат.

Если ордината точки равна нулю, то точка лежит на оси абсцисс.

1. Назовите:

а) абсциссу точки: $A(1; 4)$; $B(-7; 0)$; $C(0; -3)$; $D(-2{,}5; 0{,}8)$;

б) ординату точки: $M(-2; 9)$; $N(0; -5)$; $K(7; -4)$; $T(-0{,}6; 0)$.

2. Прочитайте запись разными способами: $A(3; -1{,}5)$; $B(-3{,}2; 0)$; $C(0; 0{,}5)$.

3. Определите, верно ли записаны координаты точек, отмеченных на координатной плоскости (рис. 8):

а) $A(3; 2)$; в) $C(3; -1)$;

б) $B(-4; 2)$; г) $D(-4; -2)$.

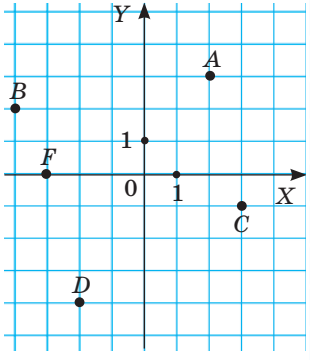


Рисунок 8

4. Запишите координаты точек, отмеченных на координатной плоскости (рис. 9). Назовите абсциссу и ординату точки.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

5. По рисунку 9 назовите точки:

а) абсциссы и ординаты которых положительны;

б) абсциссы и ординаты которых отрицательны;

в) абсциссы которых положительны, а ординаты отрицательны;

г) абсциссы которых отрицательны, а ординаты положительны;

д) абсциссы которых неотрицательны.

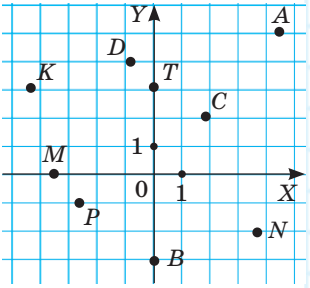


Рисунок 9

6. В какой координатной четверти расположена точка с координатами:

а) $C(-8; 5)$; в) $A(5{,}5; 9)$;

б) $M(7; -10)$; г) $T(-6; -12)$?

7. Начертите систему координат, приняв за единичный отрезок на каждой оси одну клетку тетради. Отметьте на координатной плоскости точки с координатами:

а) $A(2; 6)$; $B(-5; -3)$; $F(5; 0)$; $C(-4; 1)$; $M(0; -1)$; $D(6; -2)$;

б) $T(-7; -2)$; $N(0; 6)$; $A(-3; 4)$; $D(5; 5)$; $K(-4; 0)$; $F(0; -5)$; $M(3; -3)$.

8. На координатной плоскости отмечены точки (рис. 10). Назовите точки и их координаты, если они расположены:

а) выше оси абсцисс;

б) ниже оси абсцисс;

в) правее оси ординат;

г) левее оси ординат;

д) на оси абсцисс;

е) на оси ординат;

ж) в I координатной четверти;

з) во II координатной четверти;

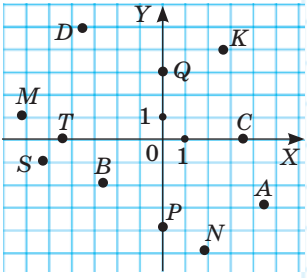


Рисунок 10

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

и) в III координатной четверти;
к) в IV координатной четверти.

9. Какие из точек $A(1; 5)$; $B(2; -7)$; $C(4; 0)$; $D(0; -6)$; $F(-8; -3)$; $K(-9; 0)$; $M(-5; 8{,}5)$; $N(-2; -10)$ находятся:
а) выше оси абсцисс;
б) ниже оси абсцисс;
в) правее оси ординат;
г) левее оси ординат;
д) на оси абсцисс;
е) на оси ординат?

10. Отметьте на координатной плоскости точки с координатами:
а) $K(0; 4)$; $M(-1{,}5; -3)$; $F(2{,}5; 0)$; $C(-4; \frac{1}{4})$; $A(0; 3{,}5)$; $D(1; -2)$;
б) $B(-2{,}5; 0)$; $T(4; 3)$; $N(0; 5)$; $C(-3; -1{,}5)$; $P(0; 2{,}5)$.

11. В какой координатной четверти лежит точка $M(x; y)$, если:
а) $x > 0$, $y > 0$;
б) $x > 0$, $y < 0$;
в) $x < 0$, $y < 0$;
г) $x < 0$, $y > 0$?

12. Постройте на координатной плоскости отрезок MN по координатам его концов и найдите координаты точки, в которой он пересекает ось абсцисс:
а) $M(5; 3)$, $N(3; -3)$;
б) $M(-2; -4)$, $N(-4; 4)$.

13. Постройте на координатной плоскости треугольник ABC, если известны координаты его вершин: $A(1; -4)$, $B(-3; 4)$, $C(6; 3)$. Запишите координаты точек, в которых стороны треугольника пересекают оси координат.

14. На координатной плоскости отметьте: три точки, имеющие абсциссу, равную 3, и три точки, имеющие ординату, равную 4. Запишите координаты точек, имеющих:
а) абсциссу, равную 3;
б) ординату, равную 4.

15. На координатной плоскости постройте прямую, все точки которой имеют:
а) абсциссу, равную 5;
б) ординату, равную 3; −4; 0.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

16. На координатной плоскости постройте прямую, проходящую через точки $K(-4;\ 3)$ и $N(4;\ 3)$. Отметьте на этой прямой точки, абсциссы которых равны: -2; 0; 6. Запишите ординаты полученных точек.

17. Используя координаты трёх вершин $A(-3;\ -5)$, $B(-3;\ 2)$ и $C(4;\ 2)$ прямоугольника $ABCD$:

а) начертите этот прямоугольник;

б) определите координаты точки D;

в) определите длины сторон прямоугольника.

18. Отметьте на координатной плоскости точки с координатами: $T(2;\ 4)$, $K(4;\ 0)$, $R(-1;\ 4)$, $S(1;\ -4)$. Постройте:

а) прямую TK; отметьте на прямой TK точку A с абсциссой 3 и определите её ординату; отметьте на прямой TK точку B с ординатой 1 и определите её абсциссу;

б) прямую RT; отметьте на этой прямой точку C с абсциссой 5 и определите её ординату;

в) прямую SC; определите координаты точек, в которых прямая SC пересекает оси координат и прямую TK.

19. Где на координатной плоскости расположены точки, координаты $(x;\ y)$ которых удовлетворяют условию:

а) $x = 0$ и $|y| = 5$; б) $|x| = 7$ и $y = 0$?

20. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $-36 : 25 - (-2{,}4 + 2{,}7 \cdot 0{,}3)$;

б) $\left(3\frac{5}{6} - 5\frac{2}{5} + 1\frac{1}{6}\right) \cdot 0{,}5 - 0{,}5$.

21. Для школы куплено 25 книг для чтения, 20 задачников, 30 словарей, всего на сумму 288,5 р. Книга для чтения стоит на 0,5 р. дороже задачника, а задачник — на 0,8 р. дороже словаря. Какова стоимость каждого вида литературы?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

22. В группе из 25 школьников 18 футболистов и 12 боксёров. Сколько школьников играют в футбол и занимаются боксом одновременно?

23. В контрольной работе по математике 12 % учащихся выполнили одно задание, 32 % — допустили ошибки, а остальные 14 человек решили задания верно. Сколько всего учащихся в классе?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Две перпендикулярные прямые на плоскости с началом координат, ... отрезком и ... направлением называют прямоугольной (декартовой) системой координат на плоскости.

2. Плоскость вместе с прямоугольной (декартовой) системой координат называют ... плоскостью.

3. Чтобы построить точку по её координатам, нужно:

1) на оси абсцисс отметить абсциссу точки и провести ... к этой оси через отмеченную точку;

2) на оси ... отметить ординату точки и провести перпендикуляр к этой оси через отмеченную точку;

3) найти точку... перпендикуляров.

4. Чтобы определить координаты точки, нужно:

1) провести перпендикуляр из этой точки к оси абсцисс и определить координату точки его пересечения с осью абсцисс на этой оси; получим ... точки;

2) провести перпендикуляр из этой точки к оси ординат и определить координату точки его пересечения с осью ординат на этой оси; получим ... точки;

3) записать найденные в п. 1 и 2 ... и ... точки.

5. Если абсцисса точки равна нулю, то точка лежит на оси ... .

6. Если ордината точки равна нулю, то точка лежит на оси ... .

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

24. Запишите координаты точек, отмеченных на координатной плоскости (рис. 11).

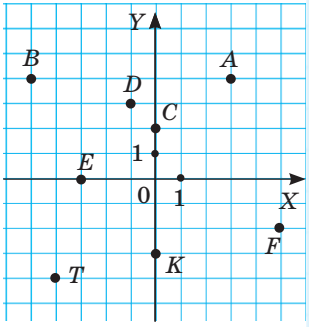


Рисунок 11

25. Начертите систему координат, приняв за единичный отрезок на каждой оси одну клетку тетради. Отметьте на координатной плоскости точки с координатами: $M(3; 3)$; $N(-4; 1)$; $K(0; -2)$; $T(-3; -6)$; $L(-5; 0)$; $H(7; -2)$; $P(0; 4)$.

26. Какие из точек $A(-7; -5)$; $B(3; -15)$; $C(9; 1)$; $D(4; -10)$; $F(-0{,}5; -0{,}5)$; $H(2; -9)$; $K(4; 4)$ расположены в координатных четвертях:
а) в I; б) во II; в) в III; г) в IV?

27. Постройте четырёхугольник $ABCD$, если известны координаты его вершин: $A(-4; -5)$, $B(-4; 5)$, $C(4; 3)$, $D(4; -3)$. Запишите координаты точек, в которых стороны четырёхугольника пересекают оси координат.

28. Через точку $X(6; 3)$ координатной плоскости проведите прямую, параллельную оси OX. Найдите координаты точки её пересечения с осью OY.

29. Через точку $Y(-4; 6)$ координатной плоскости проведите прямую, параллельную оси OY. Найдите координаты точки её пересечения с осью OX.

30. На координатной плоскости постройте прямую, проходящую через точки $M(4; 4)$ и $N(-2; 2)$. Через точку $K(5; 0)$ проведите прямую, перпендикулярную прямой MN. Определите координаты точки пересечения прямых.

31. Известны координаты двух вершин $A(-2; -4)$ и $B(2; -4)$ квадрата $ABCD$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Начертите этот квадрат и определите координаты вершин C и D (два случая).

Часы упали и разбились, при этом циферблат разделился на три части так, что суммы чисел циферблата в каждой части оказались равными. Определите, на какие три части разбился циферблат.

§ 2. График. Графики реальных процессов

На рисунке 12 отмечены точки на координатной плоскости. На горизонтальной оси указывается время в часах, а на вертикальной оси — температура воздуха в течение суток. Выделенным точкам соответствуют пары чисел: (0; 22,5), (3; 19), (6; 20), ..., (21; 25). Они указывают время и соответствующую температуру воздуха. Например, в 6 часов утра было 20 °С, а в 15 часов — 30 °С. Точки соединены плавной линией, которая называется графиком температуры воздуха в зависимости от времени. По нему можно узнать (приблизительно), как изменялась температура в зависимости от времени. Например, между 6 и 9 часами температура увеличилась с 20 °С до 26 °С. По графику можно определить (приблизительно), в какое время температура воздуха равнялась, например, 20 °С. Это было в 6 и 24 ч и т. д.

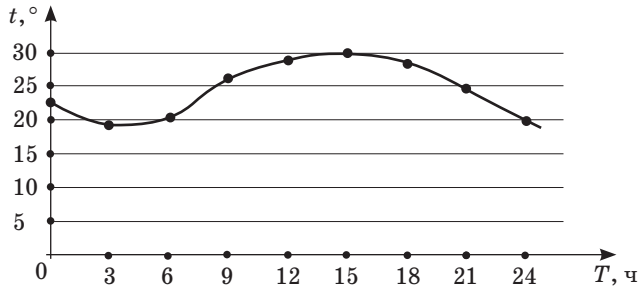


Рисунок 12

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

На рисунке 13 изображён график туристического похода. На горизонтальной оси откладывается время, а на вертикальной — расстояние. Через 2 ч после отправления туристы сделали привал на полчаса; ещё через час добрались до озера и пробыли там полтора часа, а ещё через 2 ч вернулись на базу отдыха. По графику движения туристов можно ответить на различные вопросы. Например:

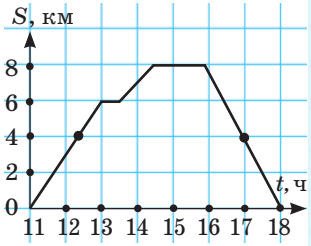


Рисунок 13

а) на каком расстоянии от базы отдыха были туристы через 3 ч после начала похода?

Ответ: на расстоянии 7 км;

б) сколько времени было потрачено на туристический поход?

Ответ: 7 ч;

в) в какое время туристы были на расстоянии 4 км от базы?

Ответ: в 12 ч 20 мин и 17 ч.

На рисунке 14 изображён график зависимости скорости движения от времени. На горизонтальной оси откладывается время движения, а на вертикальной — скорость. По графику можно определить, что в течение часа скорость увеличивалась с 6 до 8 км/ч. Далее в течение двух часов скорость не менялась; в следующий час уменьшалась до 4 км/ч, в течение следующего часа скорость оставалась постоянной, равной 4 км/ч.

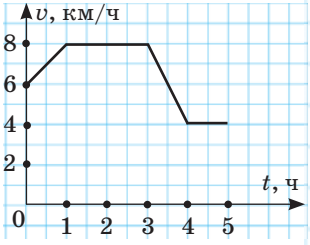


Рисунок 14

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

32. По графику изменения температуры воздуха (рис. 15) определите:

а) какая температура воздуха была в 3 ч, 12 ч;

б) в какое время температура воздуха была 4 °С, 6 °С, 7 °С;

в) в какое время температура воздуха была самой высокой.

33. По графику движения автомобиля (рис. 16) определите:

а) на каком расстоянии от места отправления был автомобиль через 2 ч, через 4 ч;

б) за какое время он проехал 150 км, 225 км;

в) сколько времени автомобиль находился в пути и какой путь он прошёл за это время;

г) с какой скоростью двигался автомобиль (используйте формулу $v = \frac{s}{t}$).

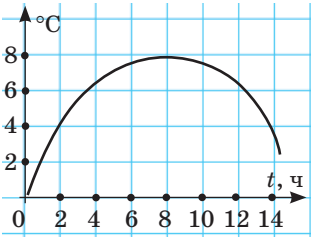


Рисунок 15

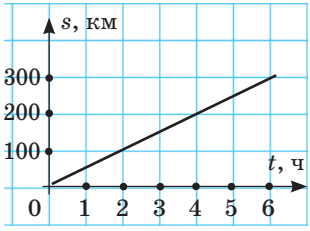


Рисунок 16

34. Постройте график изменения температуры воздуха по таблице:

а)

Время, ч	0	1	2	3	4	5	6	7
Температура, °С	1	3	4	6	6	6	7	8

б)

Время, ч	0	3	6	9	12	15	18	21
Температура, °С	−6	−5	0	3	6	6	4	2

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

35. По графику движения поезда (рис. 17) определите:

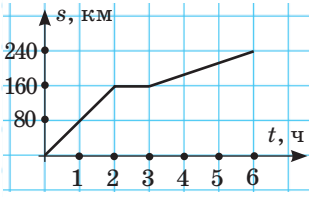


Рисунок 17

а) сколько километров проехал поезд за первые 2 ч и с какой скоростью он ехал;

б) сколько времени длилась остановка;

в) сколько всего времени поезд двигался;

г) с какой скоростью двигался поезд после остановки.

36. На рисунке 18 изображён график изменения температуры воздуха. Пользуясь этим графиком, установите:

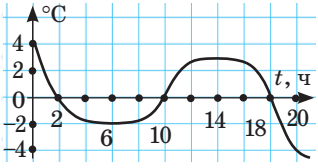


Рисунок 18

а) какой была температура воздуха в 10 ч, 18 ч;

б) в каком часу температура воздуха была 0 °C, −2 °C;

в) в какие часы температура воздуха была нулевой;

г) как изменялась температура воздуха с 8 ч до 14 ч, с 14 ч до 20 ч;

д) на протяжении каких промежутков времени температура воздуха была ниже 0 °C; выше 0 °C.

37. По графику движения туристической группы (рис. 19) определите:

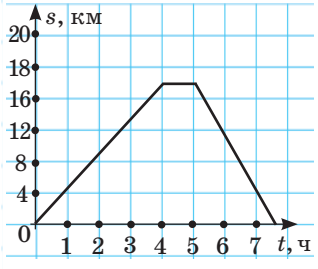


Рисунок 19

а) на каком расстоянии от базы была группа через 3 ч после начала движения;

б) сколько времени группа двигалась до остановки и сколько времени группа отдыхала;

в) с какой скоростью группа двигалась до остановки и после остановки.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

38. Велосипедист выехал из дома на прогулку. Сначала он ехал 3 ч со скоростью 12 км/ч, а потом отдохнул час и вернулся домой со скоростью 9 км/ч. Постройте график движения велосипедиста.

39. В 6 ч грибник вышел из дома. 2 ч он шёл по дороге со скоростью 4 км/ч, затем 2 ч — по полю, снизив скорость на 1 км/ч. Затем он отдыхал 1 ч и прошёл по лесу 6 км. Когда грибник выходил из леса, было 14 ч. Постройте график.

40. В какой из двух таблиц зависимость между величинами a и b является прямо пропорциональной, а в какой — обратно пропорциональной?

а)

a	6	3	2	15
b	4	8	12	1,6

б)

a	1	2	3	4
b	3	6	9	12

41. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $(54 : (-6) - 24 \cdot (-5)) : (-3)$;

б) $-0{,}2 \cdot (-0{,}4) \cdot 0{,}3 - 0{,}01064 : (-0{,}14)$.

42. Пользуясь основным свойством пропорции, решите уравнение:

а) $2 : y = 2{,}5 : 1{,}25$;

б) $x : 4 = \frac{1}{4} : 5$;

в) $\frac{3}{5} = \frac{2{,}4}{x}$;

г) $\frac{-4{,}5}{18} = \frac{x}{-2{,}5}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Решите задачи:

43. За день на ярмарке продали 24 % всех фруктов. Осталось продать 4,56 т фруктов. Сколько всего тонн фруктов привезли на ярмарку?

44. Телевизор стоимостью 350 р. уценён на 10 %. Какова новая стоимость телевизора?

45. Скутер стоил 106 р. Сколько он стал стоить, если его цена снизилась на 15 %?

46. Цену товара на распродаже снизили с 400 р. до 360 р. На сколько процентов снижена цена?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Точки на графике суточного изменения температуры указывают ... и соответствующую ... воздуха.

2. По графику движения туристов можно узнать, на каком ... от начальной точки были туристы через определённое ... .

3. По графику движения туристов можно узнать, ... туристы были на заданном расстоянии от начальной точки.

47. По графику изменения температуры воздуха (рис. 20) определите:

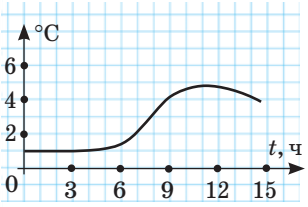


Рисунок 20

а) какая температура воздуха была в 3 ч, 7 ч;

б) в какое время температура воздуха была 3 °C, 4 °C;

в) в какой промежуток времени температура воздуха не изменялась;

г) в какое время температура воздуха была самой высокой.

48. По графику движения мотоциклиста (рис. 21) определите:

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

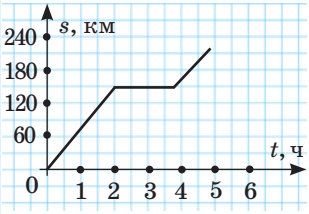


Рисунок 21

а) сколько километров проехал мотоциклист за первые 2 ч и с какой скоростью он ехал;

б) сколько времени длилась остановка;

в) сколько всего времени мотоциклист двигался;

г) изменилась ли скорость мотоцикла после остановки.

49. На рисунке 22 изображён график изменения температуры воздуха. Пользуясь этим графиком, установите:

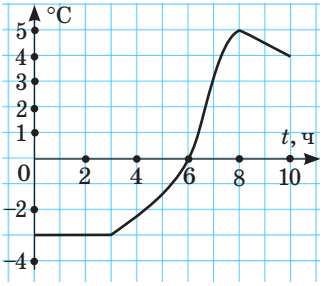


Рисунок 22

а) какой была температура воздуха в 8 ч, 10 ч;

б) в котором часу температура воздуха была −3 °C; 0 °C; 3 °C;

в) на протяжении каких промежутков времени температура воздуха была ниже 0 °C; выше 0 °C.

50. Постройте график изменения температуры воздуха по таблице:

Время, ч	0	2	4	6	8	10	12	14
Температура, °C	−3	−3	−1	0	4	5	5	6

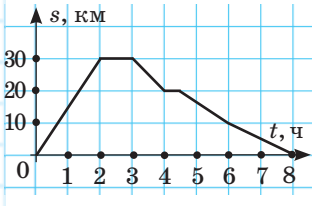


Рисунок 23

51. Велосипедист выехал из дома и через некоторое время вернулся. В дороге он два раза останавливался для отдыха. На рисунке 23 изображён график его движения. Определите:

а) с какой скоростью двигался велосипедист до первой остановки;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

б) на каком расстоянии от дома велосипедист остановился для второго отдыха;

в) сколько времени длилась первая и вторая остановки;

г) на каком расстоянии от дома был велосипедист через 6 ч после начала движения;

д) с какой скоростью двигался велосипедист последние 2 ч.

52. В 8 ч утра из города на озеро, расстояние между которыми 20 км, выехали друзья на велосипедах. Двигаясь со скоростью 14 км/ч, через 1 ч пути они сделали остановку на 30 мин, а затем продолжили путь со скоростью 12 км/ч. Приехав на озеро, друзья отдыхали 2 ч, затем отправились в город со скоростью 10 км/ч. Постройте график движения велосипедистов.

Первый колокол звонит пять раз в час, а второй — четыре раза в час. Они начали звонить одновременно. Через какое время они снова зазвонят одновременно?

§ 3. График прямой пропорциональной зависимости. График обратной пропорциональной зависимости

Рассмотрим задачи:

1) Скорость движения плота равна 2 км/ч. Найдите расстояние, которое преодолел плот за время $t = 0, 1, 2, 3, 4$ ч.

Решение: по формуле вычисления расстояния при постоянной скорости движения $s = vt$ получим

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

расстояние, пройденное плотом: $s = 2t$. Для ответа на вопрос заполним таблицу (рис. 24).

t (ч)	0	1	2	3	4
S (км)	0	2	4	6	8

Рисунок 24

2) Цена одной папки для тетрадей 2 р. Сколько стоят 0, 1, 2, 3, 4 папки?

Решение: по формуле, выражающей стоимость товара (С) через количество (К) и цену (Ц), получим: С = 2К. Для ответа на вопрос заполним таблицу (рис. 25).

К (шт.)	0	1	2	3	4
С (р.)	0	2	4	6	8

Рисунок 25

3) Ширина прямоугольника равна 2 см. Какова его площадь, если длина прямоугольника a = 0, 1, 2, 3, 4 см?

Решение: по формуле вычисления площади прямоугольника $S = ab$ получим площадь данного прямоугольника: $S = 2a$. Для ответа на вопрос заполним таблицу (рис. 26).

a (см)	0	1	2	3	4
S (см^2)	0	2	4	6	8

Рисунок 26

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Зависимости между величинами в трёх задачах прямо пропорциональные, их можно обозначить одной формулой $y = 2x$, три таблицы заменить одной (рис. 27) и построить график. Абсциссы точек записаны в первой строчке таблицы, а соответствующие ординаты — во второй. Замечаем, что построенные ***точки лежат на одной прямой (рис. 28), которая является графиком прямой пропорциональной зависимости.***

x	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8

Рисунок 27

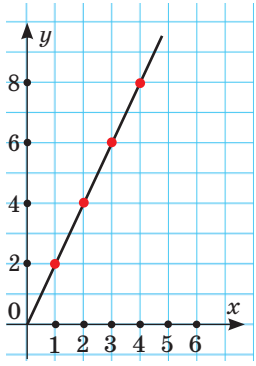


Рисунок 28

Различные прямо пропорциональные зависимости отличаются друг от друга только коэффициентом пропорциональности k и имеют вид $y = kx$.

Графиком прямой пропорциональной зависимости является прямая, проходящая через начало координат.

Для построения графика **прямой пропорциональной зависимости нужно:**

1. Определить коэффициент k в формуле $y = kx$.
2. Построить точку $(1; k)$.
3. Провести прямую через начало координат и построенную точку.

Например, запишите формулу зависимости количества набранных страниц текста (y) от времени (x), если скорость набора равна 9 страниц в час. Постройте график этой зависимости.

Решение:

1. Формула зависимости: $y = 9x$, $k = 9$.
2. Построим точку $(1; 9)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

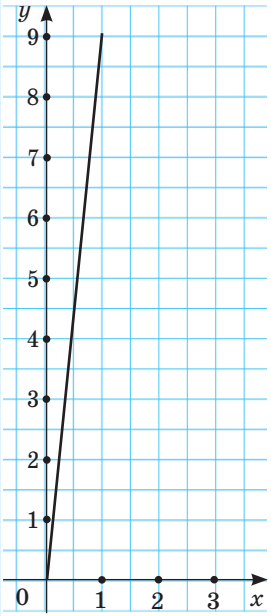


Рисунок 29

3. Проведём прямую через начало координат и точку (1; 9) (рис. 29). Получим график прямой пропорциональной зависимости: $y = 9x$.

Построим график **обратной пропорциональной зависимости.**

Например, зависимость времени движения от скорости движения при преодолении пути 9 км задаётся формулой: $t = 9 : v$. Эта формула обратной пропорциональной зависимости. Её можно записать в виде $y = \frac{9}{x}$. Точки графика построим с помощью таблицы (рис. 30).

x	1	2	3	4	5	9
y	9	4,5	3	2,25	1,8	1

Рисунок 30

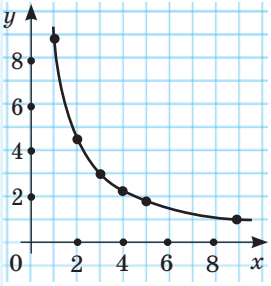


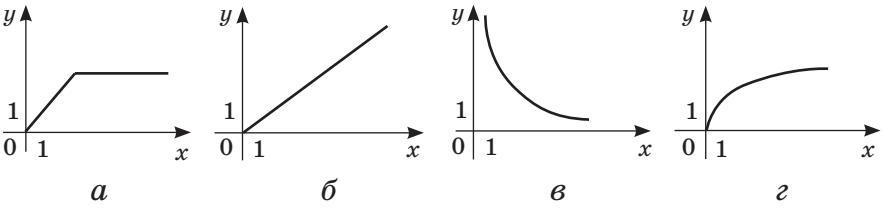
Рисунок 31

Полученные точки лежат на кривой, которая называется ***гиперболой***. На рисунке 31 изображена одна «ветвь» гиперболы. Различные обратные пропорциональные зависимости отличаются друг от друга только коэффициентом пропорциональности k и имеют вид: $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$; $x \neq 0$.

Графиком обратной пропорциональной зависимости является гипербола.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

53. Укажите номера рисунков 32 (*а*–*г*), на которых изображены графики прямой пропорциональной зависимости и обратной пропорциональной зависимости.



а *б* *в* *г*

Рисунок 32

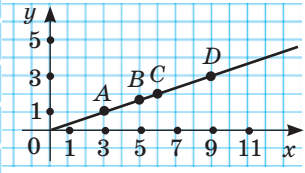


Рисунок 33

54. Определите, верно ли указаны координаты точек, отмеченных на графике прямой пропорциональной зависимости (рис. 33)
$A(1; 3)$; $B(5; 1{,}5)$;
$C(6; 2)$; $D(9; 3)$.

55. Определите, принадлежит ли графику прямой пропорциональной зависимости $y = 2{,}5x$ точка:
а) $A(5; 2)$; в) $C(1; 2{,}5)$;
б) $B(2; 5)$; г) $D(3; 8)$.

56. Запишите формулу и постройте график зависимости:
а) пути s, пройденного пешеходом со скоростью 3,5 км/ч, от времени движения t;
б) объёма V прямоугольного параллелепипеда, площадь основания которого равна 5 см^2, от его высоты h.

57. Определите формулу прямой пропорциональной зависимости, если её график проходит через точку:
а) $M(1; 3)$; в) $K(2; 7)$;
б) $N(3; 1)$; г) $T(1; \frac{1}{5})$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

58. Постройте график прямой пропорциональной зависимости, заданной формулой:

а) $y = 3x$; в) $y = 4x$;

б) $y = 0{,}5x$; г) $y = \frac{1}{4}x$.

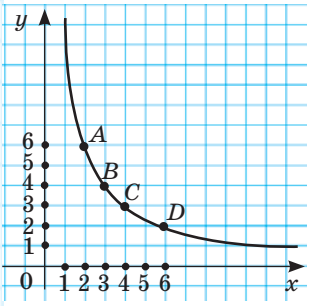


Рисунок 34

59. Определите, верно ли указаны координаты точек, отмеченных на графике обратной пропорциональной зависимости (рис. 34): $A(2; 6)$; $B(3; 5)$; $C(4; 3)$; $D(6; 2)$.

60. Используя график обратной пропорциональной зависимости между переменными x и y (рис. 35), запишите с помощью таблицы:

а) значение y, соответствующее: $x = 1$; $x = 3$; $x = 6$;

б) значение x, соответствующее: $y = 3$; $y = 5$.

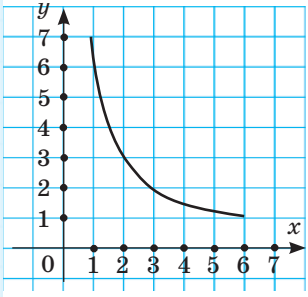


Рисунок 35

61. Определите, принадлежит ли графику обратной пропорциональной зависимости $y = \frac{8}{x}$ точка:

а) $A(1; 8)$; б) $B(2; 6)$; в) $C(4; 2)$.

62. Запишите формулу и постройте график зависимости:

а) длины a прямоугольника с площадью, равной 4 м^2, от его ширины b;

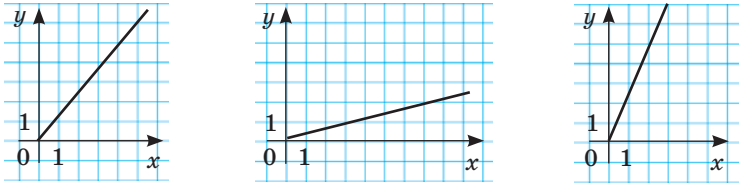
б) количество K товара, которое можно купить, имея в наличии 9 р., от его цены $Ц$.

63. Постройте график обратной пропорциональной зависимости, заданной формулой:

а) $y = \frac{6}{x}$; б) $y = \frac{1}{x}$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

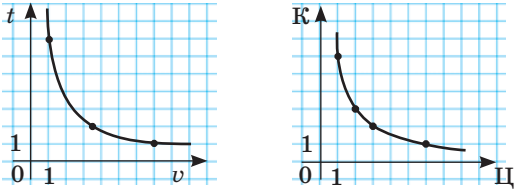
64. По графику зависимости на рисунках 36 *а*, *б*, *в* определите коэффициент пропорциональности k:



а *б* *в*

Рисунок 36

65. По графику зависимости на рисунках 37 *а*, *б* определите коэффициент пропорциональности k:



а *б*

Рисунок 37

66. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $\left(1\frac{1}{9}-5\frac{1}{3}\right):\left(-\frac{1}{5}+2{,}1\right)$;

б) $-5{,}13:\left(3\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\cdot(-1{,}5)\right)-2\frac{18}{25}$.

67. Решите уравнение:
$9{,}54-4{,}74:(0{,}3x+0{,}49x)=8{,}94$.

68. Три стороны треугольника a, b и c относятся как $3{,}5:4{,}25:5{,}75$. Сторона b больше стороны a на 12 см. Определите периметр треугольника.

69. Три предпринимателя вложили в строительное дело соответственно 190 000 р., 210 000 р. и 200 000 р. и получили прибыль. Какой процент прибыли получит каждый из них?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Графиком прямой пропорциональной зависимости является ..., проходящая через начало координат.

2. Для построения графика прямой пропорциональной зависимости нужно:

1) определить коэффициент k в формуле ...;

2) построить точку ...;

3) провести прямую через начало ... и ... точку.

3. Графиком обратной пропорциональной зависимости является ... .

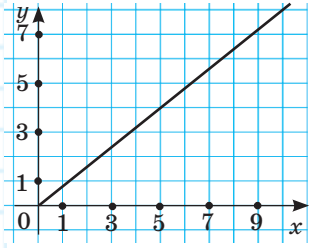


Рисунок 38

70. Используя график прямо пропорциональной зависимости между переменными x и y (рис. 38), запишите:

а) значение y, соответствующее: $x = 0$; $x = 3$; $x = 5$;

б) значение x, соответствующее: $y = 1$; $y = 2$; $y = 4$.

71. Постройте график зависимости, заданной формулой:

а) $y = \frac{3}{4}x$; б) $y = \frac{12}{x}$; в) $y = 0{,}5x$; г) $y = \frac{6}{x}$.

72. Запишите формулу, задающую прямую пропорциональную зависимость, если известно, что её график проходит через точку $C(3;\ 7{,}5)$.

73. Запишите формулу и постройте график зависимости скорости v движения пешехода от времени t движения с этой скоростью, если пройденный путь составляет 8 км.

74. Запишите формулу обратной пропорциональной зависимости, если известно, что её график проходит через точку $B(3;\ 3)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

75. Запишите формулу и постройте график зависимости площади S прямоугольника, ширина которого равна 1,5 дм, от длины b другой стороны.

Верно ли, что сумма двух рациональных чисел больше их разности, а произведение больше частного? Приведите примеры.

§ 4. Тест для самопроверки

После изучения этой главы я должен уметь:

1. Строить систему координат.
2. Изображать точки на координатной плоскости по их координатам; по заданным в координатной плоскости точкам находить их координаты.
3. Изображать графики прямой пропорциональной зависимости.
4. Изображать графики обратной пропорциональной зависимости.
5. Моделировать реальные процессы на координатной плоскости и читать полученные графики.

Тест

1. Точка D лежит на оси ординат, одна из её координат равна 4. Запишите координаты этой точки:

а) $D(4; 4)$; в) $D(0; 4)$;
б) $D(4; 0)$; г) $D(-4; 4)$.

2. Точка L лежит на оси абсцисс, одна из её координат равна -6. Запишите координаты этой точки:

а) $L(-6; 6)$; в) $L(0; -6)$;
б) $L(6; 0)$; г) $L(-6; 0)$.

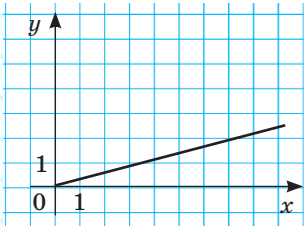


Рисунок 39

3. Какой из графиков изображён на координатной плоскости (рис. 39):

а) $y = 5x$; в) $y = 0{,}5x$;
б) $y = 4x$; г) $y = 0{,}25x$?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

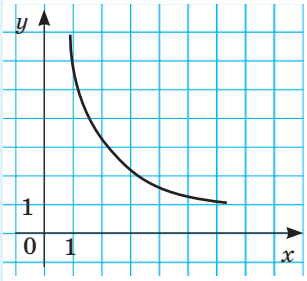


Рисунок 40

4. Какой из графиков изображён на координатной плоскости (рис. 40):

а) $y = 5 : x$; в) $y = 1 : x$;

б) $y = 4 : x$; г) $y = 0{,}5 : x$?

5. Туристы вышли из лагеря в 8 ч утра, прошли 6 км и остановились в 10 ч на 0,5 ч, затем продолжили путь до 13 ч и на расстоянии 18 км остановились у озера на 4 ч. Изобразите график движения туристов.

§ 5. Математика вокруг нас

1. Постройте точки по их координатам: (12; 2), (5; 5), (2; 5), (−3; 7), (−1; 4,5), (−6; 4), (−11; −1), (−7; −5), (−1; −7), (3; −8), (5; −11), (4; −7), (6; −5), (3; −6), (2; −6), (−1; −5), (−6; −2), (0; −1), (−1; −3), (2; −2), (3; −1), (5; −1), (4; 0), (8; 0), (9; 1), (12; 2), (7,5; 3).

Соедините точки последовательно. Какая фигура получилась?

2. Между какими графиками на рисунке 41 будет расположен график:

а) $y = 1{,}5x$; б) $y = 4x$?

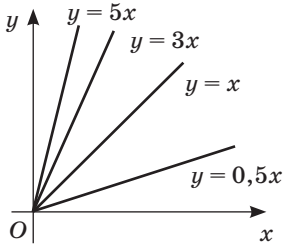


Рисунок 41

3. Число y на 50 % больше числа x:

а) задайте формулой зависимость числа y от числа x;

б) является ли эта зависимость прямой пропорциональной? На координатной плоскости отметьте точку $A(2; 4)$. Постройте график прямой пропорциональности, проходящий через точку A:

а) какое значение принимает y при $x = 1$?

б) при каком значении x значение $y = 4$?

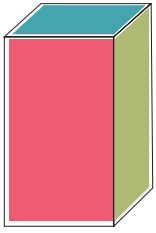
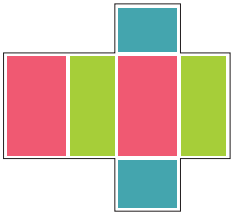
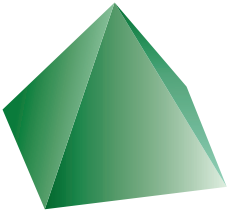
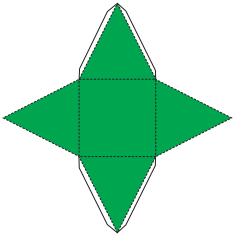
Правообладатель Адукацыя і выхаванне

6 ГЛАВА НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

§ 1. Наглядные представления тел в пространстве, примеры развёрток тел

Вы уже изучали некоторые пространственные тела, например параллелепипед, куб. Они являются многогранниками. Существуют и другие многогранники, это такие пространственные тела, у которых поверхность складывается из многоугольников. Многогранники можно склеить из развёрток (табл. 1).

Таблица 1

Название многогранника	Изображение	Развёртка
Параллелепипед		
Пирамида		

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

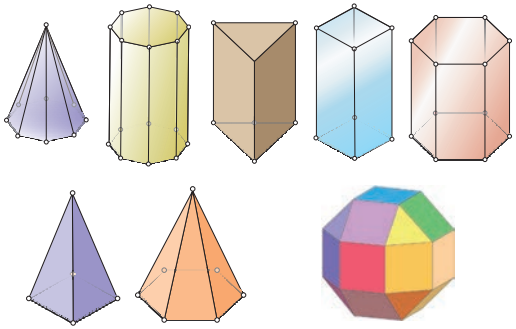


Рисунок 1

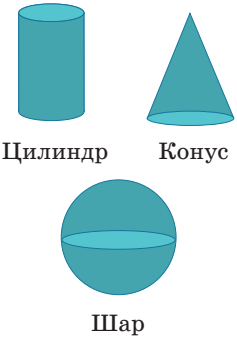
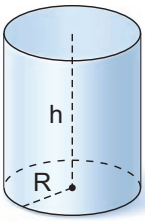
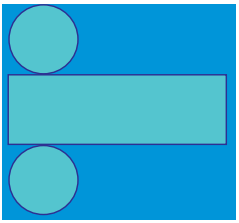
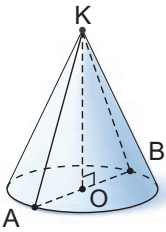
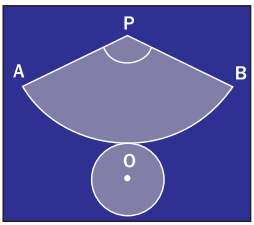
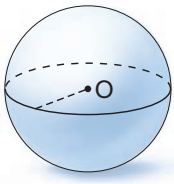


Рисунок 2

На рисунке 1 изображены примеры многогранников. А на рисунке 2 — так называемые круглые тела или тела вращения.

Таблица 2

Название	Изображение	Развёртка
Цилиндр		
Конус		
Шар		Для шара развёртки на плоскости не существует

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

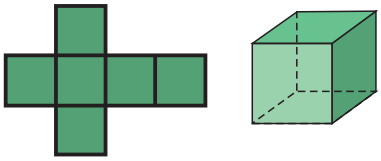


Рисунок 3

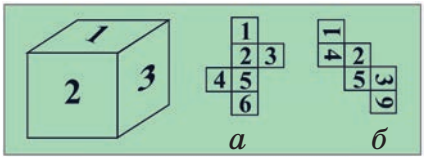


Рисунок 4

На рисунке 3 изображён куб и его развёртка. Существует ещё 10 развёрток куба без разрезания его граней.

1. Определите на модели кубика (рис. 4) номера граней, противолежащих граням с номерами 1, 2, 3, для развёртки кубика *а* и *б*.

2. Какой из кубиков (рис. 5) можно склеить из представленной развёртки кубика?

3. Объясните, используя рисунок 6, как двигаться муравью из точки M в точку P, чтобы проделать кратчайший путь по поверхности куба.

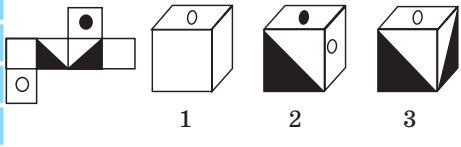


Рисунок 5

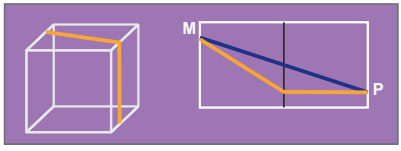


Рисунок 6

4. Первую половину пути в 120 км мотоциклист преодолел со скоростью на 25 % меньше планируемой, а вторую половину пути — со скоростью на 25 % больше, чем планировал. Как изменится время его движения по сравнению с планируемым, если планируемая скорость 60 км/ч?

5. Сравните результаты действий, не выполняя вычислений: $(-2{,}4) \cdot (-0{,}35) \cdot (-0{,}7) \cdot (-0{,}111)$ и $(-0{,}23) \cdot (-2{,}1)^6$.

6. Постройте две прямые a и b, перпендикулярные прямой c. Каково расположение прямых a и b?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Развёртка прямоугольного параллелепипеда состоит из ... прямоугольников.

2. Развёртка куба состоит из ... квадратов.

3. Развёртка цилиндра состоит из ... и ... .

7. С помощью развёртки на рисунке 7 постройте модель прямоугольного параллелепипеда. Определите по своей модели площадь поверхности параллелепипеда и его объём.

8. С помощью развёртки постройте модель многогранника (рис. 8). Какой многогранник получится? Сколько у него граней, рёбер, вершин?

9. Какой из кубиков (рис. 9) можно склеить из представленной развёртки кубика?

Какие из следующих развёрток (рис. 10) могут быть развёртками прямоугольного параллелепипеда?

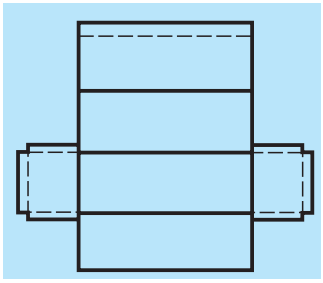
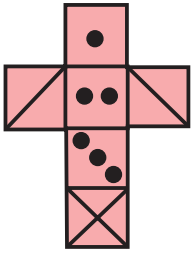


Рисунок 7



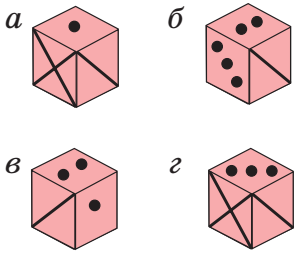


Рисунок 9

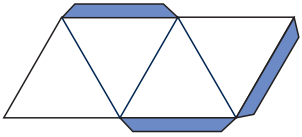


Рисунок 8

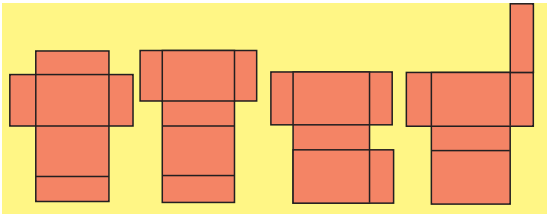


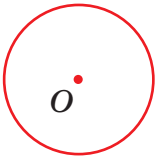
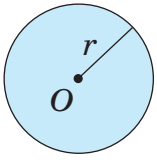
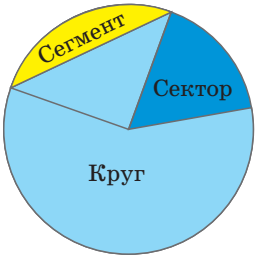
Рисунок 10

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 2. Окружность. Круг. Формулы длины окружности и площади круга

Фигуры, имеющие форму окружности или круга, часто встречаются в практических задачах. Рассмотрим их определение и элементы.

Таблица 3

Изображение	Определение	Элементы окружности и круга
Окружность		
 Точка O — центр круга	Окружность — это множество точек плоскости, которые находятся от одной точки — центра круга — на одинаковом расстоянии	$d = 2r$
Круг		
	Круг — часть плоскости, ограниченная окружностью, содержащая её центр	

Для того чтобы найти длину окружности, выполните практическую работу:

1. Возьмите какой-нибудь цилиндрический предмет и аккуратно оберните ниточкой окружность его основания (рис. 11).

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Растяните ниточку и измерьте её длину с помощью линейки.

3. Обведите карандашом окружность основания и измерьте её диаметр.

4. Найдите отношение длины окружности к диаметру.

Рисунок 11

5. Узнайте, какое отношение получилось у ваших друзей. Если вы провели измерения достаточно точно, то получится, что это отношение равно трём. Обозначим длину окружности буквой C, а диаметр — d. Получим: $\frac{C}{d} \approx 3$. То есть длина окружности приблизительно втрое больше её диаметра. Научные исследования приводят к точному результату: $\frac{C}{d} = \pi$, где $\pi = 3{,}14159265358979323846264 3\ldots$ — бесконечная непериодическая десятичная дробь, π — греческая буква, читается «пи». Так как $\frac{C}{d} = \pi$, то $\boldsymbol{C = \pi d}$ или

$C = 2\pi r$ — это формула для вычисления длины окружности.

С помощью этой формулы вычисляется длина окружности. Число π обычно при вычислениях округляют до сотых: $\pi \approx 3{,}14$ и получают приближённый результат.

Пример 1. Найдите приближённое значение длины окружности, если её радиус равен 10 см, $\pi \approx 3{,}14$.

Решение: подставим в формулу для вычисления длины окружности $C = 2\pi r$ значение $r = 10$, $\pi \approx 3{,}14$, получим: $C \approx 20 \cdot 3{,}14 \approx 62{,}8$ (см). Точный ответ записывают в виде 20π (см).

В старших классах будет выведена

формула для вычисления площади круга:

$$\boldsymbol{S = \pi r^2}.$$

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Пример 2. Найдите приближённое значение площади круга, если его радиус равен 10 см.

Решение: подставим в формулу для вычисления площади круга $S = \pi r^2$ значение $r = 10$, $\pi \approx 3{,}14$, получим: $S \approx 100 \cdot 3{,}14 \approx 314$ (см^2).

Точный ответ записывают в виде 100π (см^2).

10. Если радиус окружности равен 2, то её длина равна:

а) $C = 2\pi$; б) $C = 4\pi$; в) $C = 6\pi$?

Выберите правильный ответ.

11. Округлите число π до сотых и найдите приближённое значение длины окружности, если:

а) радиус её равен: 1 м, 22 см, 3 дм 5 см;

б) диаметр её равен: 2 дм, 1м, 0,1 см.

12. Найдите площадь круга радиусом:

а) 7,2 см; б) 300 дм; в) 40 мм.

13. Найдите площадь круга диаметром:

а) 10 см; б) 0,1 км; в) 400 мм.

14. Округлите число π до сотых и определите приближённое значение диаметра и радиуса окружности, если её длина равна:

а) 31,4 м; в) 15,7 дм;

б) 628 см; г) 59,66 см.

15. Округлите число π до сотых и найдите приближённое значение радиуса круга, площадь которого равна 314 дм^2.

16. Длина окружности равна 200,96 дм. Найдите приближённое значение площади круга, ограниченного этой окружностью, приняв $\pi \approx 3{,}14$.

17. Измерьте радиус окружности, изображённой на рисунке 12 *а*, *б*, *в*, найдите приближённое значение её длины и площади:

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

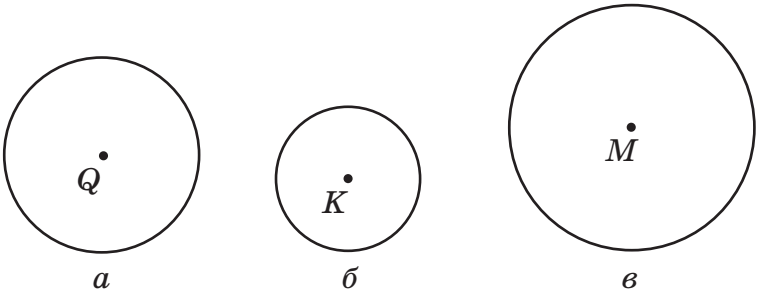


Рисунок 12

18. Радиус земного шара примерно равен 6400 км. Вычислите приближённое значение длины экватора.

19. Определите длину обода колеса велосипеда, если длина спицы этого колеса равна 0,3 м.

20. Можно ли из проволоки длиной 3,5 м согнуть обруч диаметром 1,52 м?

21. На расстоянии 240 м колесо сделало 75 оборотов. Найдите радиус колеса в сантиметрах, приняв $\pi \approx 3$.

22. Одно колесо делает 55 оборотов на расстоянии 140 м, другое — 75 оборотов на расстоянии 300 м. Определите диаметр каждого колеса, приняв $\pi \approx 3$.

23. Колёса автомобиля имеют диаметр 60 см. С какой скоростью движется автомобиль, если за 2 мин колесо делает 1000 оборотов? $\pi \approx 3{,}14$.

24. Колесо диаметром 38 см на некотором расстоянии сделало 180 оборотов. Сколько оборотов при прохождении этого же расстояния сделает колесо, диаметр которого на 9,5 см меньше?

25. Число $\frac{22}{7} \approx 3{,}14$ называется числом Архимеда. Возьмите в качестве числа π число Архимеда и найдите приближённое значение длины окружности, если её радиус равен:

а) 14 мм; б) 0,49 м; в) $\frac{7}{8}$ м.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

26. Радиус первой окружности равен 10 см, а радиус второй — 2 см. Во сколько длина первой окружности больше длины второй?

27. Как изменится длина окружности, если её радиус увеличится в 10 раз?

28. Длина одной окружности в 4 раза больше длины другой. Найдите отношение радиусов окружностей и радиусы, если их сумма равна 60 см.

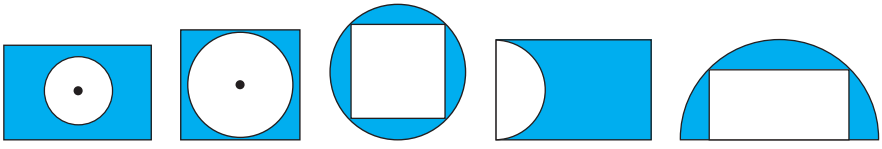
29. Радиус одной окружности 4,8 см, радиус другой составляет 75 % от радиуса первой. На сколько сантиметров длина первой окружности больше длины второй? Вычислите приближённое значение, приняв $\pi \approx 3{,}14$.

30. Радиус окружности увеличили на 1 дм. На сколько сантиметров увеличилась при этом длина окружности?

31. Радиус круга 2,4 дм. Найдите площадь круга, радиус которого в 2 раза меньше. Найдите отношение площади меньшего круга к площади большего.

32. Какой длины нужно взять прямоугольный лист из жести, чтобы сделать трубку диаметром 1,5 дм, если 0,9 см надо дополнительно оставить на сварное соединение? Ответ округлите до сотых, $\pi \approx 3{,}14$.

33. Выполните необходимые измерения и вычислите площадь закрашенной фигуры (рис. 13, *а*–*д*).



а *б* *в* *г* *д*

Рисунок 13

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

34. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $4 - \left(4\frac{21}{40} - 5{,}25\right) : 1\frac{9}{10}$;

б) $-\frac{11}{13} : \left(-1\frac{9}{13}\right) + 5{,}52 : (-13{,}8) - 0{,}1$.

35. Упростите выражения: $0{,}7x + x$; $2{,}5m - m$; $-2a - 0{,}6a$; $-3c + 0{,}5c$.

36. Если на каждой странице учебника математики печатается 36 строк, то в учебнике будет всего 144 страницы. Сколько страниц будет в учебнике, если на каждой странице будет напечатано 32 строки?

37. Одно число составляет $\frac{2}{3}$ другого. Найдите числа, если их сумма равна 1.

38. Среднее арифметическое двух чисел равно 6,8. Найдите эти числа, если одно число на 50 % больше другого.

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Окружность — это множество точек ..., которые находятся от одной точки — центра круга — на одинаковом расстоянии.

2. Круг — часть плоскости, ... окружностью.

3. $C = 2\pi r$ — это формула для вычисления ... окружности.

4. Формула для вычисления ... круга: $S = \pi r^2$.

39. Вычислите длину окружности:

а) радиус которой равен 3 см;

б) диаметр которой равен 3 см.

40. Определите приближённое значение диаметра окружности, если её длина равна 43,96 м, принять $\pi \approx 3{,}14$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

41. Длина минутной стрелки часов 5 см. Какой путь пройдёт конец этой стрелки за 1 ч? За 1 сутки? (Ответ дайте в метрах, приняв $\pi \approx 3{,}14$.)
Найдите длину окружности циферблата ваших домашних часов.
Проверьте, является ли зависимость между величинами прямой пропорциональной:
а) между длиной окружности C и её радиусом r;
б) между площадью круга S и его радиусом r.

42. Длина окружности одного колеса 1,5 м. На некотором расстоянии оно сделало 48 оборотов. Какова длина окружности другого колеса, если на этом же расстоянии оно делает 62,5 % числа оборотов первого колеса?

43. Радиус первой окружности в 5 раз больше радиуса второй. Во сколько раз длина первой окружности больше длины второй?

44. Отношение радиусов окружностей равно 2 : 5. Каковы их длины, если длина одной из окружностей на 12 дм больше длины другой?

45. Как изменится радиус окружности, если её длину, выраженную в сантиметрах, увеличить на 2π см?

Определите первые пять цифр в следующих частных: $\frac{22}{7}$ и $\frac{355}{113}$. К какому известному числу приближаются эти частные? Найдите в интернет-источниках, литературе другие известные приближения этого числа.

§ 3. Виды треугольников

Треугольник — это многоугольник с наименьшим числом сторон — тремя. Основные элементы

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

треугольника: стороны, вершины, углы (рис. 14). Обозначается треугольник большими буквами латинского алфавита: ΔABC.

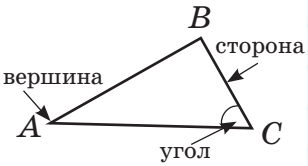


Рисунок 14

На рисунке 15 все углы треугольника MKL острые: $\angle M = 50°$, $\angle L = 60°$, $\angle K = 70°$. Достаточно сказать, что наибольший угол треугольника острый, тогда очевидно, что два других — тоже острые.

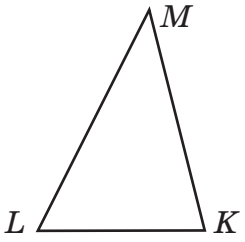


Рисунок 15

Сумма всех углов треугольника равна 180°. Это утверждение будет доказано для любых треугольников при изучении геометрии в старших классах. На рисунке 16 в треугольнике OPD наибольший угол — это угол P, он тупой. Ясно, что больше одного тупого угла в треугольнике быть не может, в противном случае сумма углов треугольника превосходила бы 180°. На рисунке 17 наибольший угол треугольника ABC — прямой, это угол C.

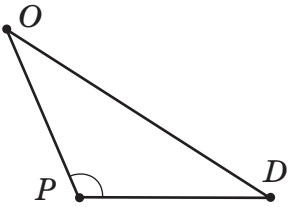


Рисунок 16

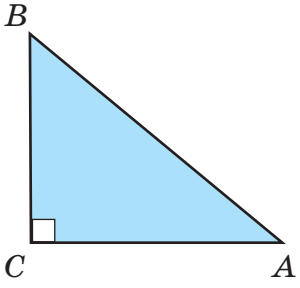


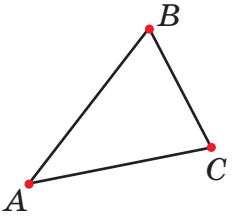
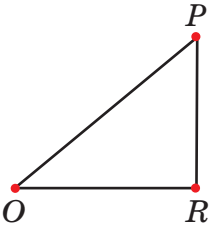
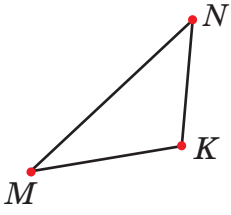
Рисунок 17

Вывод: треугольники в зависимости от наибольшего угла треугольника делятся на виды: **остроугольные, тупоугольные, прямоугольные.**

В таблице 4 указаны виды треугольников в зависимости от величины наибольшего угла треугольника.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Таблица 4

Наибольший угол треугольника		
Острый угол меньше 90°	Прямой угол равен 90°	Тупой угол больше 90°, но меньше 180°
Название **вида** треугольника		
Остроугольный	Прямоугольный	Тупоугольный
		

Пример 1. Определите вид треугольника, если его наибольший угол равен:

а) 123°; б) 89°; в) 90°.

Решение:

а) треугольник тупоугольный, так как его наибольший угол — тупой, 123° больше 90°, но меньше 180°;

б) треугольник остроугольный, так как его наибольший угол острый, 89° меньше 90°;

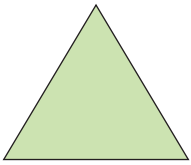
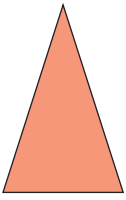
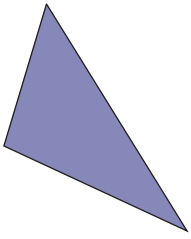
в) треугольник прямоугольный, так как его наибольший угол прямой, равен 90°.

Треугольники можно разделить на виды по числу равных сторон.

В таблице 5 указаны виды треугольников в зависимости от числа их равных сторон.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Таблица 5

Количество равных сторон		
Три стороны	Только две стороны	Нет равных сторон
Название треугольника		
Равносторонний 	Равнобедренный 	Разносторонний 

Две равные стороны равнобедренного треугольника называются боковыми сторонами треугольника, а третья сторона — основанием равнобедренного треугольника (рис. 18).

Пример 2. Две стороны равнобедренного треугольника MNK равны:

а) 8 см и 10 см; б) 2 см и 5 см.

Какую длину имеет основание MN этого треугольника?

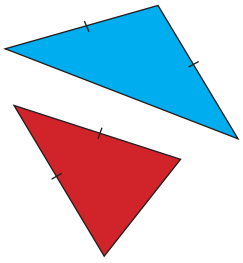


Рисунок 18

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Решение:

а) основание может иметь длину 8 см, тогда длина каждой боковой стороны равна 10 см. Второй случай: основание может иметь длину 10 см, тогда длина каждой боковой стороны равна 8 см;

б) основание имеет длину 2 см, а длина каждой боковой стороны равна 5 см. Второй случай невозможен, так как треугольника со сторонами 2 см, 2 см и 5 см не существует (рис. 19).

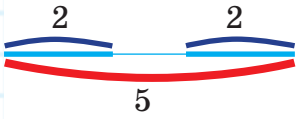


Рисунок 19

46. Верно ли, что если в треугольнике имеется:
а) прямой угол;
б) тупой угол,
то два других угла этого треугольника острые?

47. Установите вид треугольника, если известно, что у него:
а) один из углов тупой;
б) один из углов прямой;
в) все углы острые.

48. Определите вид треугольника, если его наибольший угол равен:
а) 82°; б) 90°; в) 91°; г) 90,5°.

49. Найдите с помощью транспортира наибольший угол треугольников, изображённых на рисунке 20, и определите вид треугольника:

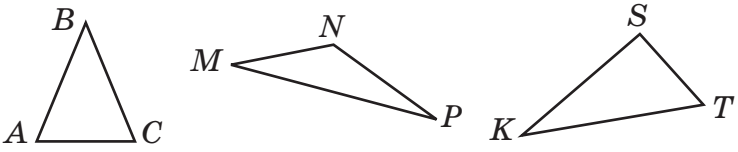


Рисунок 20

50. Определите вид треугольника, если величины его углов равны:
а) 19°; 51°; 110°;
б) 46°; 54°; 80°;
в) 35°; 90°; 55°;
г) 18°; 18°; 144°.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

51. Определите вид каждого треугольника, изображённого на рисунке 21.

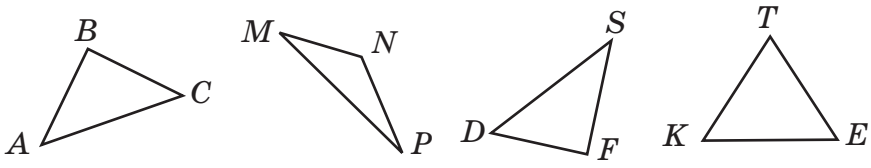


Рисунок 21

52. Один из углов треугольника равен 110°. Верно ли, что треугольник:

а) остроугольный; в) тупоугольный;

б) прямоугольный; г) нельзя определить?

53. Один из углов треугольника равен 72°. Верно ли, что треугольник:

а) остроугольный; в) не тупоугольный;

б) не прямоугольный; г) нельзя определить?

Выберите правильный ответ.

54. Установите вид треугольника, если известно, что у него:

а) длины всех сторон равны;

б) длины всех сторон различны;

в) длины двух сторон равны.

55. Известно, что один из треугольников, изображённых на рисунке 22, равносторонний, а два других — равнобедренные. Найдите эти треугольники, используя линейку. Для каждого равнобедренного треугольника назовите боковые стороны и основание.

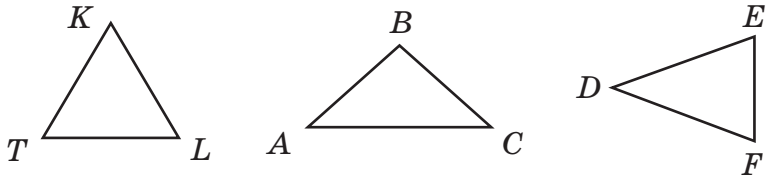


Рисунок 22

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

56. Определите вид треугольника, если длины его сторон равны:

а) 12 см; 13 см; 14 см;

б) 32 дм; 25 дм; 32 дм;

в) 4 м; 4 м; 4 м.

57. Определите вид треугольника, если длины его сторон равны:

а) 2 дм, 2 дм 2 см, 20 см;

б) 1 м, 6 дм, 50 см;

в) 41 дм, 410 см, 4 м 10 см.

58. Один угол треугольника равен 80°, а два других равны между собой. Верно ли, что треугольник:

а) остроугольный;

б) прямоугольный;

в) тупоугольный;

г) нельзя определить?

Выберите правильный ответ.

59. Проволоку длиной 19 см согнули так, что получился треугольник, длины двух сторон которого равны 6 см и 7 см. Укажите вид полученного треугольника.

60. В треугольнике одна из сторон равна 42 см, она больше второй стороны на 6 см и больше третьей стороны на 8 см. Найдите периметр этого треугольника.

61. В равнобедренном треугольнике периметр равен 48 см, длина основания — 18 см. Найдите длину боковой стороны треугольника.

62. В равнобедренном треугольнике периметр равен 36 см, длина боковой стороны — 13 см. Найдите длину основания треугольника.

63. Найдите длину третьей стороны равнобедренного треугольника, если две другие равны:

а) 3 см и 6 см; 9 см и 14 см; 4 см и 9 см;

б) 2 дм и 7 дм; 6 дм и 12 дм; 15 дм и 20 дм;

в) 1 м и 8 дм; 5 см и 1 дм.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

64. Периметр треугольника равен 280 мм. Длина первой стороны на 14 мм больше длины второй стороны, а длина третьей стороны — на 12 мм больше длины первой стороны. Определите длину большей стороны треугольника.

65. Периметр равнобедренного треугольника равен 36 см. Длина основания больше длины боковой стороны на 3 см. Найдите длины сторон треугольника.

66. Длина боковой стороны равнобедренного треугольника больше основания на 8 см. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 64 см.

67. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB периметр равен 28 см. Найдите AB, если известно, что $AB : AC = 3 : 2$.

68. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $-16{,}4 : (-8{,}2) \cdot (-0{,}6) + 5{,}2 \cdot 3{,}8 : (-19)$;

б) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} - \frac{3}{14} : \left(-4\frac{1}{2}\right) - 2\frac{2}{3}$.

69. Решите уравнение: $(0{,}95x - 1{,}82) : 1{,}7 = 3{,}4$.

70. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если стороны, образующие прямой угол, равны 25 дм и 18 дм.

Решите задачи:

71. Число 6400 увеличили на 10 %. Какое число получили?

72. Число 6400 уменьшили на 10 %. Какое число получили?

73. Число 900 увеличили на 2 %, а затем вновь увеличили на 2 %. Найдите полученное число. На сколько всего процентов увеличилось число 900?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

74. На сколько процентов:
а) число 20 меньше числа 60;
б) 60 больше, чем 20?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. В зависимости от наибольшего угла треугольники делятся на виды: ..., ..., ...

2. Виды треугольников в зависимости от числа их равных сторон: ..., ..., ...

75. Определите вид треугольника, если его наибольший угол равен:
а) 101°; б) 90°; в) 78°.

76. Определите вид треугольника, если величины его углов равны:
а) 74°; 23°; 83°;
б) 42°; 90°; 48°;
в) 91°; 82°; 7°;
г) 11°; 19°; 150°.

77. Периметр треугольника ABC равен $\frac{9}{10}$ м. Сторона AB равна $\frac{17}{60}$ м, сторона BC на $\frac{1}{30}$ м короче AB. Найдите длину стороны AC.

78. Периметр треугольника NTC равен 32 см. Сторона TC больше стороны NC на 3 см и больше стороны NT в 3 раза. Найдите длины сторон треугольника.

79. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC периметр равен 20 см. Найдите BC, если известно, что AB больше BC на 4 см.

На поверхности озера количество лилий удваивалось каждый день. Первоначально на озере была одна лилия, а через 30 дней вся поверхность озера покрылась лилиями. Через сколько дней озеро покроется лилиями, если первоначально их было 8?

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 4. Симметрия относительно точки

Точки M и N — концы диаметра окружности — находятся на одинаковом расстоянии от центра окружности — точки O (рис. 23). Говорят, что точка M **симметрична** точке N **относительно центра** симметрии — точки O. Точки A и C находятся на одинаковом расстоянии от точки O и лежат на одной прямой с точкой O (рис. 24).

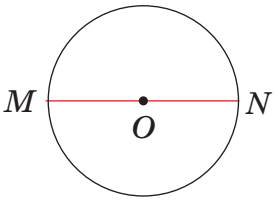


Рисунок 23

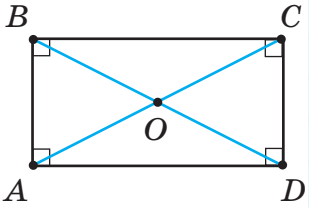


Рисунок 24

Говорят, что точка A симметрична точке C относительно центра симметрии — точки O. То же можно сказать о точках B и D.

Для того чтобы построить точку, симметричную относительно центра, нужно:

1. Соединить другим отрезком данную точку с центром симметрии;

2. Продолжить отрезок на такое же расстояние, что и расстояние от данной точки до центра. Отметить получившуюся точку.

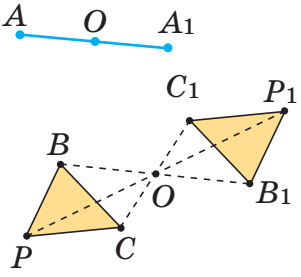


Рисунок 25

На рисунке 25 точка A_1 симметрична точке A. На этом рисунке все вершины треугольника $P_1B_1C_1$ симметричны вершинам треугольника PBC относительно центра точки O.

Говорят, что треугольник $P_1B_1C_1$ симметричен треугольнику PBC относительно центра — точки O.

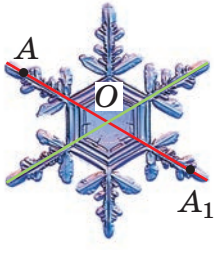


Рисунок 26

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

На рисунке 26 точка A принадлежит некоторой фигуре, назовем её «снежинка». Симметричная точке A относительно центра O точка A_1 также принадлежит «снежинке». Это можно сказать о каждой точке «снежинки».

Если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки O также принадлежит этой фигуре, то фигура называется **центрально-симметричной относительно точки O.**

На рисунке 27 изображены центрально-симметричные фигуры. Точка O — центр симметрии фигур.

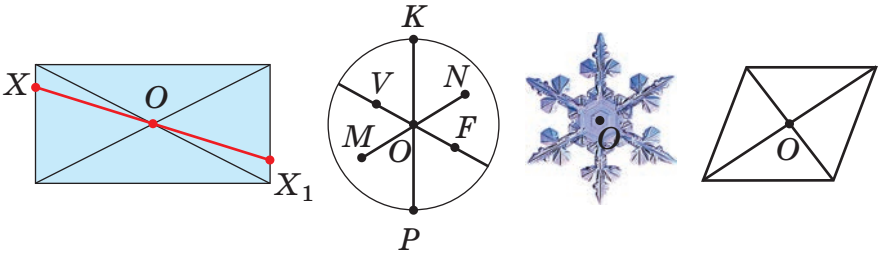


Рисунок 27

80. Какие из отмеченных точек круга на рисунке 27 образуют пары точек, симметричных относительно её центра O?

81. Отметьте в тетради точки O, M, T и K. Постройте точки, симметричные точкам M, T, K относительно точки O.

82. Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $T(5)$ и $P(-4)$. Постройте точки, симметричные точкам T и P относительно начала отсчёта. Запишите координаты полученных точек.

83. Точка координатной прямой $X(6)$ — центр симметрии. Укажите координату точки, симметричной относительно этого центра:

а) точке $A(3)$;
б) точке $B(10)$;
в) точке $C(-2)$;
г) точке $D(0)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

84. Точка X — центр симметрии для пары точек M и K на координатной прямой. Укажите координаты точки X, если известны координаты точек M и K:

а) $M(12)$ и $K(20)$;
в) $M(-15)$ и $K(-25)$;
б) $M(9)$ и $K(10)$;
г) $M(-3)$ и $K(8)$.

85. Постройте в тетради прямоугольник $ABCD$ и симметричный ему относительно:

а) вершины B;

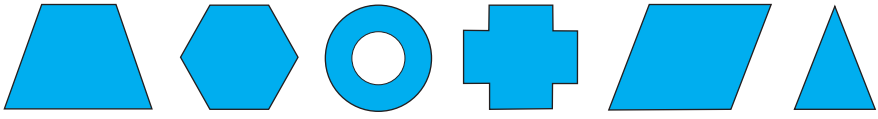
б) точки K — середины стороны BC.

86. Начертите в тетради треугольник ABC и постройте треугольник $A_1B_1C_1$, симметричный треугольнику ABC относительно одной из его вершин.

87. Постройте систему координат, приняв за единичный отрезок на каждой оси одну клетку тетради. Отметьте на координатной плоскости точки $A(2; 7)$, $B(-6; -2)$, $C(-3; 1)$, $D(5; -3)$. Постройте точки, симметричные данным точкам относительно начала координат, и запишите их координаты.

88. По данным координатам вершин $A(2; -3)$, $B(-5; 3)$, $C(6; 3)$ постройте на координатной плоскости ΔABC и треугольник, симметричный ему относительно начала координат.

89. Укажите, какая из фигур на рисунке 28 ($а$–$е$) является центрально-симметричной. Укажите центр симметрии фигуры.



а *б* *в* *г* *д* *е*

Рисунок 28

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

90. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $(-204 : 4 - (-34 \cdot 3)) : (-17)$;

б) $-21{,}6 : (-0{,}12) + 0{,}96 : (0{,}89 - 1{,}13)$.

91. Чему равна сумма всех целых чисел, расположенных на координатной прямой между числами -53 и 50?

Решите задачи:

92. Фермер за три дня продал 651 т зерна. В первый день было продано $\frac{10}{31}$ всего зерна, во второй — 90 % того, что продано в первый день. Сколько тонн зерна было продано в третий день?

93. Даша прочитала в первый день 75 страниц книги, во второй — 40 % прочитанного в первый день. Сколько всего страниц в книге, если за два дня Даша прочитала 0,75 книги?

94. Сначала цену костюма повысили на 20 %, а потом снизили на 10 %. Какой стала цена костюма после этих изменений, если первоначально он стоил 160 р.? На сколько процентов изменилась начальная цена?

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Для того чтобы построить точку, симметричную относительно центра симметрии, нужно:

1) соединить ... точку с центром симметрии;

2) продолжить прямую, проходящую через две точки, на такое же расстояние, что и расстояние от ... ... до центра;

3) отметить получившуюся ... .

2. Если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки O также принадлежит этой фигуре, то фигура называется ... относительно точки O.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

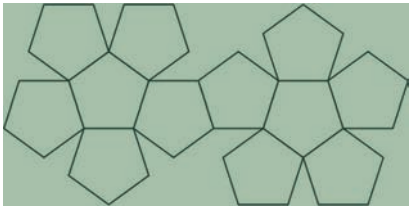
95. Начертите в тетради отрезок BD и отметьте точку C вне этого отрезка. Постройте отрезок B_1D_1, симметричный отрезку BD относительно точки C. Сравните длины отрезков BD и B_1D_1.

96. Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $A(4)$, $B(2)$ и $C(-3)$. Постройте точку, симметричную точке:
а) A относительно точки B;
б) C относительно точки B.

97. Постройте прямоугольник $ABCD$ и прямоугольник, симметричный ему относительно:
а) вершины D;
б) точки T — середины стороны AD.

98. Среди точек $K(-7)$, $L(4)$, $M(-3{,}5)$, $N(2{,}5)$, $O(0)$, $P(-4)$, $Q(7)$, $R(-2{,}5)$, $S(5)$ координатной прямой найдите пары точек, симметричных относительно начала отсчёта.

Найдите в энциклопедии, интернете информацию о пяти Платоновых телах. Вот одно из них и его развёртка. Попробуйте склеить правильные многогранники.



§ 5. Фигуры, симметричные относительно прямой

На рисунке 29 точки A и A_1 лежат на перпендикуляре к прямой a на равных расстояниях от этой прямой.

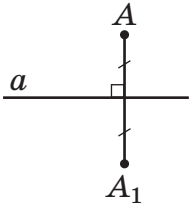


Рисунок 29

Говорят, что точки A и A_1 симметричны относительно прямой a.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

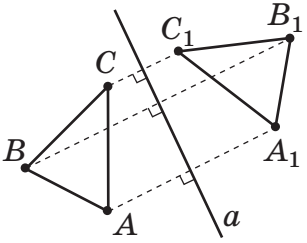


Рисунок 30

На рисунке 30 точки A и A_1 лежат на перпендикуляре к прямой a на равных расстояниях от этой прямой. То же можно сказать о любой другой паре точек изображённых треугольников: точки B и B_1, C и C_1 симметричны относительно прямой a.

Говорят, что треугольник ABC симметричен треугольнику $A_1B_1C_1$ относительно прямой a.

Для того чтобы построить точку, симметричную данной точке (M) относительно данной прямой (a), нужно:

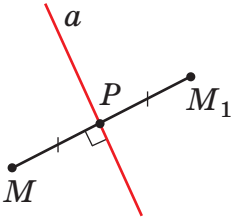


Рисунок 31

1. Провести через данную точку M прямую, перпендикулярную данной прямой a; P — точка пересечения перпендикуляра с этой прямой.

2. Отложить от точки P на перпендикуляре отрезок PM_1, равный отрезку MP (рис. 31).

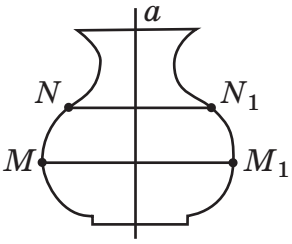


Рисунок 32

На рисунке 32 точка M принадлежит некоторой фигуре. Симметричная точке M относительно прямой a точка M_1 тоже принадлежит этой фигуре. Это же можно сказать о каждой точке фигуры.

Если для **каждой точки** фигуры симметричная ей точка относительно прямой также принадлежит **этой фигуре**, то фигура **имеет ось симметрии**. В природе, архитектуре, живописи (рис. 33) часто можно встретить фигуры, имеющие ось симметрии.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

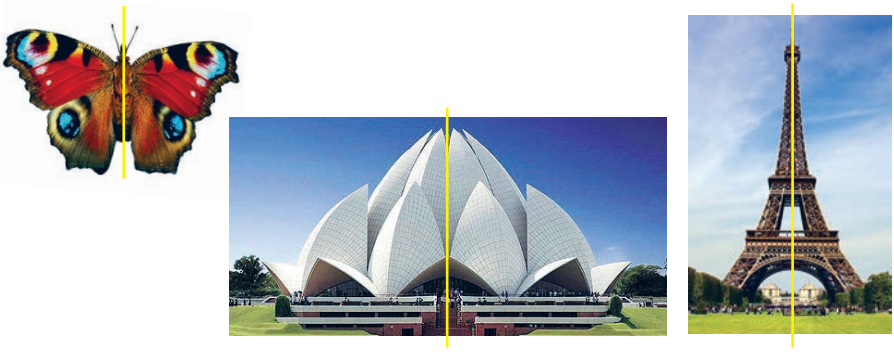


Рисунок 33

Заметим, если мысленно (или практически) перегнуть фигуру относительно оси симметрии, то части фигуры совпадут.

99. Начертите в тетради прямую k и отметьте точки S и T по разные стороны от неё. Постройте точки, симметричные точкам S и T относительно прямой k.

100. Укажите, на каком из рисунков 34 *а*–*в* изображены отрезки, симметричные относительно прямой c.

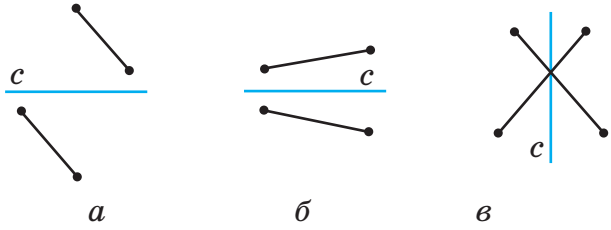


Рисунок 34

101. Прямая b проходит через середину отрезка CD. Верно ли, что точки C и D симметричны относительно прямой b?

102. Постройте прямоугольник, симметричный прямоугольнику $ABCD$ относительно прямой:
а) AB; б) BC; в) AC; г) BD.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

103. Постройте в тетради:
а) квадрат;
б) прямоугольник;
в) равнобедренный треугольник.
Для каждой фигуры проведите все её оси симметрии.

104. Отметьте на координатной плоскости точки $A(-7;\ 3)$ и $B(2;\ -4)$. Пользуясь линейкой и угольником, проведите ось симметрии этих точек.

105. По данным координатам вершин $M(0;\ 0)$, $N(-6;\ 4)$, $T(5;\ 2)$ постройте на координатной плоскости ΔMNT и треугольник, симметричный ему относительно:
а) оси абсцисс; б) оси ординат.

106. Установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

$$6\frac{3}{4}\cdot\left(\left(\frac{47}{60}-2\frac{17}{45}\right)-\left(-1\frac{13}{20}\right)\right).$$

Решите задачи:

107. Путь в 32 км велосипедист проехал за 2 ч 24 мин. Первые 2 ч он ехал со скоростью на 2 км/ч меньшей, чем скорость, с которой он двигался оставшееся время. Найдите первоначальную скорость велосипедиста.

108. Среднее арифметическое четырёх чисел равно 2,75. Найдите эти числа, если второе больше первого в 1,5 раза, третье больше первого в 1,2 раза, а четвёртое больше первого в 1,8 раза.

Проверь себя!

Назовите пропущенные слова:

1. Если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой также принадлежит этой фигуре, то фигура имеет ... .

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

2. Для того чтобы построить точку, симметричную данной точке относительно данной прямой, нужно:

1) провести через данную точку прямую, ... данной прямой;

2) отложить от точки пересечения ... с этой прямой на перпендикуляре отрезок, равный построенному отрезку.

109. Постройте равнобедренный треугольник ABC с основанием BC и треугольник, симметричный ему относительно прямой:

а) AB; б) CB; в) AC.

110. Постройте в тетради равнобедренный треугольник AKT с основанием AT и его ось симметрии, если угол K:

а) острый; б) тупой.

111. По данным координатам вершин $A(0; 4)$, $B(4; 8)$, $C(8; 4)$ и $D(4; 0)$ постройте на координатной плоскости квадрат $ABCD$ и квадрат, симметричный ему относительно:

а) оси абсцисс; б) оси ординат.

Изображение на рисунке 35 должно иметь ось симметрии, но художник допустил ошибки. Найдите их.

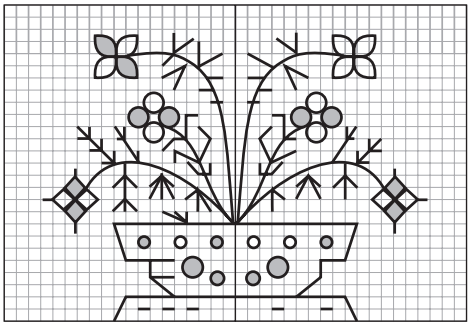


Рисунок 35

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Ответы к домашним заданиям

Глава 1

§ 1. 24. а) 0,8; 4,05; 1,204; 0,009; 11,11; 0,0007; б) 6,1; 0,61; 0,0061; 6,001; 0,061; 6,01. **25.** десятых; тысячных; стотысячных; сотых. **26.** $\frac{3}{5}$; $2\frac{4}{5}$; $10\frac{1}{2}$; $5\frac{6}{25}$; $25\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $17\frac{3}{200}$; $\frac{3}{400}$. **27.** 4,7; 35,1; 123,4; 7,12; 90,17; 2,135; 6,065. **28.** а) 0,03 м; 0,47 м; 0,9 м; 8,02 м; 1,65 м; 15,15 м; б) 0,9 дм; 2,4 дм; 10,1 дм; 34,5 дм; 200,8 дм; в) 0,245 км; 0,052 км; 0,007 км; 1,063 км; 40,24 км; 3,008 км; г) 0,085 кг; 0,805 кг; 0,007 кг; 6,027 кг; 3,002 кг; 1,015 кг.

§ 2. 54. 1,3000; 0,4200; 15,0090; 2,0000. **55.** 41,1; 0,07; 0,22; 0,503; 4; 90. **56.** 1,0070; 4,1000; 0,0300; 2,0001. **57.** а) 0,0401 > 0,0041; б) 0,035 < 0,045; в) 5,045 < 5,05; г) 16,3401 > 12,34. **58.** 39,03; 38,8; 17,08; 11,04; 9,89; 1,708. **59.** а) 5,8; 3,1; 107,0; 80,4; б) 1,07; 0,36; 20,09; 0,64; в) 4; 14; 10; 200; 1.

§ 3. 75. 1,5 л; 2,5 л. **76.** а) $K(0,1)$; $N(0,3)$; $T(0,7)$; $L(1,1)$; б) $A(1,31)$; $B(1,34)$; $C(1,38)$; $D(1,43)$. **78.** а) например, 12,19; 12,1; 12,02; б) например, 10,109; 10,01; 10,001; в) например, 0,079; 0,07; 0,06; г) например, 125,199; 125,19; 125,1. **79.** $D(23,9)$; $B(23,3)$; $C(23,6)$; $F(24,5)$; $L(25,2)$; $N(25,8)$.

§ 4. 109. а) 10,7; 0,68; 0,28; 0,066; 1; 0,234; б) 11,4; 35,86; 3,74; 5,3; 1; 0,0662. **110.** а) 12,018; б) 17,9498. **111.** 0,045. **112.** 11,738. **113.** а) 13,85; б) 4,693; в) 12,89; г) 35,12. **114.** 37,3 см. **115.** 0,1 м. **116.** 8,875 т; 11,375 т; 8,35 т.

§ 5. 163. а) 9,3; б) 0,4; в) 0,027; г) 974,5; д) 180; е) 0,09; ж) 700; з) 14. **164.** 5213; 37,6; 3040; 9760. **165.** 0,9; 0,0006; 4,091; 0,24; 0,0738. **166.** а) 0,53; б) 0,007; в) 0,6; г) 0,02; д) 0,6012. **167.** а) 1; б) 100; в) 0,1; г) 10.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

168. а) 450; 60 000; 7 300 000 000; б) 30; 8 050 000; 60 100 000 000. **169.** а) 0,72; б) 1,604; в) 0,4; г) 100. **170.** а) $60 \cdot 0{,}001$ или $60 : 1000$; б) $0{,}003 \cdot 1000$ или $0{,}003 : 0{,}001$. **171.** а) 3250 м; 42 м; 1,85 м; 2,5 м; 0,007 м; 0,062 м; б) 500 к.; 40 к.; 205 к.; 8 к.; 160 к.; 10 001 к. **172.** а) 155,2; б) 0,19235. **173.** 1,55 р. **174.** 0,56 км. **175.** 0,011 см. **176.** 2,0864; 18,7776.

§ 6. 221. а) 21,5; 4,3632; 0,03143; 45; 28,96; 2021; б) 0,98; 5,6875; 0,003984; 18; 4,2; 92,71. **222.** а) 0,015; б) 0,0123. **223.** а) 30,082; б) 53,862. **224.** а) 0,2705; б) 73,8; в) 40,7; г) 8,26. **225.** а) 30,804; б) 1,344; в) 0,25; г) 50,625. **226.** 369 м. **227.** 5,0625 $м^2$. **228.** 3,3 $м^2$. **230.** 36 вёдер. **231.** 445,9 км. **232.** 17 минут. **233.** Ели заняли большую площадь, на 5 га. **234.** 0,46.

§ 7. 282. а) 2,19; 93,46; 51,09; 0,065; б) 73,24; 3,06; 0,0083; 0,0076. **283.** а) 0,8; 0,25; 0,575; 5,015625; б) 0,75; 0,625; 0,53125. **284.** а) 2,3; б) 1,02. **285.** а) 13,297; б) 100,001. **286.** 96,48 секунды. **287.** 2,3 м. **288.** 22,4 км/ч. **289.** 8. **290.** 1120 г; 800 г. **291.** 320 г. **292.** 0,955. **293.** 2,22. **294.** 38,5; 7,7. **295.** 11,9; 23,2. **296.** 11,6; 14.

§ 8. 341. а) 8,9; 17; 2900; 50,9; б) 86,2; 290; 52,5; 600. **342.** а) 190; 92 000; 200; 678,5; б) 8,93; 0,2; 17 000; 155,3. **343.** а) 0,621; б) 4,00172. **344.** а) 2,3; б) 6,3; в) 7,6; г) 0,4. **345.** 45 м. **346.** 8 м/с. **347.** 3,36 кг; 5,28 кг. **348.** 40 тетрадей. **349.** 4,1 т. **350.** 40 см; 60 см. **351.** 12,6 т. **352.** 6,9; 27,6. **353.** 90 км/ч.

§ 9. 376. 0,625; 0,166...; 1,16; 0,55...; 3,5454... . **377.** 0,4; 0,625; 0,35; 0,38; 0,016. **378.** $\frac{1}{8}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{3}{4}$. **379.** а) 0,6; 2,375; б) 0,5625; 3,024. **380.** а) 4; б) 1,5. **381.** 43.

§ 10. 410. а) 7; 0,8; 40; б) 6; 0,5; 60. **411.** 3,5; 0,5; 30; 3; 1,2; 800. **412.** а) 12; б) 6; в) 100. **413.** 1,92; $\frac{6}{35}$;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

1,5; $2\frac{13}{60}$; 1,9585; 4,5. **414.** а) 9,424; б) 0,8. **415.** а) $\frac{27}{35}$; б) 2,35; в) $1\frac{1}{4}$; г) 1,25. **416.** а) 14,374; б) 15,18; в) 2,3; г) 15. **417.** 30. **418.** $\frac{10}{147}$.

Глава 2

§ 1. 15. а) да; б) нет; в) нет; г) да. **16.** 10 % = $\frac{1}{100}$. **17.** 0,15; 0,02; 1,25; 0,003; 2,02; 4; 0,0008; 0,026. **18.** 11 %; 2 %; 300 %; 20 %; 140 %; 4,5 %; 2550 %; 77,7 %; 606 %. **19.** 18 ребят. **20.** 120 страниц.

§ 2. 88. а) 15; 0,3; 1,25; б) 15; 300; 0,15; в) 96; 2,4; 120; г) 0,063; 0,54; 0,0036. **89.** а) 80; 42; б) 20; 400; в) 40; 5; г) 8000; 150. **90.** а) 40 %; б) 64 %; в) $233\frac{1}{3}$ %. **91.** а) $8\frac{1}{3}$ %; б) $\frac{2}{3}$ %; в) $166\frac{2}{3}$ %; г) 2 %. **92.** а) 3; 15; 0,04; б) 20; 1,2; 500. **93.** 210 кг. **94.** 30 учащихся. **95.** 35 %. **96.** 6 кг. **97.** 800 км/ч; $833\frac{1}{3}$ %. **98.** 50 тетрадей. **99.** 9 учащихся. **100.** 24 км. **101.** 105 лодок. **102.** На 5,936 кг. **103.** 700.

§ 3. 140. 4 : 3; 4 : 1; 11 : 1; 1 : 18. **141.** 1 : 2; 8 : 5. **142.** а) $\frac{1}{2} : \frac{1}{12} = 1{,}2 : 0{,}2$; б) $8 : 10 = \frac{2}{5} : \frac{1}{2}$; в) $2\frac{1}{2} : 5 = 10 : 20$. **143.** а) да; б) нет; в) да; г) да; д) да; е) нет. **144.** а) 10 : 15 = 2 : 3, или 10 : 2 = 15 : 3, или 3 : 15 = = 2 : 10, или 3 : 2 = 15 : 10; б) 0,4 : 0,2 = 60 : 30, или 0,4 : 60 = 0,2 : 30, или 30 : 0,2 = 60 : 0,4, или 30 : 60 = = 0,2 : 0,4. **145.** а) 8 : 16 = 15 : 30; б) 30 : 15 = = 16 : 8; в) 30 : 16 = 15 : 8. **146.** 5 : 10 = 4,5 : 9; 5 : 4,5 = = 10 : 9; 9 : 10 = 4,5 : 5; 9 : 4,5 = 10 : 5. **147.** а) 15; б) 19,5; в) 8,4; г) 0,2.

§ 4. 159. а) нет; б) да, прямо пропорциональная; в) да, обратно пропорциональная; г) нет; д) нет;

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

е) нет; ж) нет; з) нет; и) нет. **160.** Обратно пропорциональная. **161.** а) уменьшится в 1,2 раза; б) увеличится в 3,5 раза. **162.** 5 кг. **163.** 37,5 секунды. **164.** За 2 часа. **165.** 30 рядов.

§ 5. 215. а) $333\frac{1}{3}$ грамма; б) 4,375 ч. **216.** 405 кг. **217.** 562,5 грамма; **218.** За 4 часа. **219.** 6 дней. **220.** а) 12 и 48; б) 25 и 35; в) 4; 24 и 32. **221.** 1800; 1980. **222.** 300 г; 192 г; 108 г. **223.** 72 кг; 120 кг. **224.** 9,75; 19,5; 6,5; 13. **225.** 36 %; 60 %; 4 %. **226.** 176 дм. **227.** 0,8 га; 1 га; 1,2 га.

§ 6. 248. а) 9 км; б) 70 см; в) 1 : 5000. **249.** 172,5 км. **250.** 80 см. **251.** 1 : 300 000. **253.** 5,6 см × 6,5 см.

§ 7. 266. 4200 мужчин, 1800 женщин, 1200 детей. **268.** а) 12,5 %; б) $1555\frac{5}{9}$ килокалории.

Глава 3

§ 1. 19. а) {т, р, е, у, г, о, л, ь, н, и, к}; б) {50, 45}. **20.** а) {1, 11}, конечное; б) {1, 2, 3, 6, 9, 18}, конечное. **21.** а) {5, 10, 15, ...}, бесконечное; б) {25, 50, 75, ...}, бесконечное. **22.** а) да; б) да. **23.** а) $19 \notin A$; б) $42 \in A$; в) $63 \notin A$; г) $90 \in A$. **24.** а) да; б) да.

§ 2. 44. {10, 12, 14, 16, 18}. **45.** {42, 45, 48, 51, 54, 57}. **46.** Натуральные числа, кратные 7 и меньшие 80. **47.** $A \subset B$. **48.** $B \subset C$. **49.** а) {5, 20, 35, 40}; б) {3, 5, 7, 23, 35, 37}; в) {20, 35, 40}. **50.** {30, 39, 90, 93}.

§ 3. 78. а) {К, О, Е, Т, А}; б) {К, О, Н, Ф, Е, Т, А, М}. **79.** а) {1, 2, 4, 5, 10, 20}; б) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 30, 40, 60, 80}. **80.** а) {60}; б) {12, 15, 24, 30, 36, 45, 48, 60, 72, 75, 84, 90, 96}. **81.** а) $A \cup B = \{3, 7, 8, 13, 14, 15, 16, 24, 31, 40\}$; б) $A \cap B = \{3, 7, 24\}$. **82.** а) $A \cap B = \{2, 3, 8\}$, $A \cup B = \{2, 3, 8, 11\}$; б) $A \cap C = \varnothing$; $A \cup C = \{2, 3, 5, 8, 11\}$; в) $C \cap B = \{11\}$, $C \cup B = \{2, 3, 5, 8, 11\}$; г) $\varnothing$. **83.** {1, 3, 9}; {1, 2, 3, 5, 6, 9, 15, 18, 45}. **84.** {1, 3}; {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 24, 30,

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

45}. **85.** {9, 10, 12, 14, 15, 16}; {6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20}. **86.** $A = \{3, 7, 12, 18, 20\}$; $B = \{4, 7, 18, 34\}$ или $A = \{3, 4, 7, 18, 34\}$; $B = \{7, 12, 18, 20\}$...

§ 4. 111. Два внука гостили и в июле, и в августе. **112.** 2 котёнка. **113.** 5 школьников. **114.** 4 мальчика. **115.** 158 м^2. **116.** 20 дней. **117.** а) 58; б) 88; в) 158.

Глава 4

§ 1. 18. $K(-5)$; $T(-3{,}5)$; $C(-1)$; $N(2{,}5)$; $M(4)$.

§ 2. 60. 2; 33; 5,5; $\frac{9}{10}$; 0; $7\frac{3}{8}$. **61.** 23; 3,2; 8,5; $\frac{8}{9}$; 17; 0; $1\frac{1}{2}$. **62.** 6; 25; 0,42; 3. **63.** а) -20 и 20; б) $-0{,}9$ и 0,9; в) 0; г) $-1\frac{1}{2}$ и $1\frac{1}{2}$. **64.** $|17| > |7|$; $|-17| > |-7|$; $|9{,}1| > |-1{,}9|$. **65.** -8; 1,7; 0; $2\frac{2}{3}$; $-n$; t. **66.** а) $-0{,}5$; $-\frac{3}{8}$; $-1{,}2$; б) 2; $\frac{8}{3}$; $\frac{5}{6}$. **67.** а) $-9{,}4$; б) $2\frac{3}{7}$; в) $-0{,}2$; г) 3. **68.** При $m = 0$. **69.** а) -15; б) 8,5; в) 0,7. **70.** а) $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$; б) 7, 17, -8, -10. **71.** а) -8; 3,7; б) -4; 1. **72.** а) корней нет; б) один корень: 0; в) два корня: $-9{,}5$ и 9,5; г) множество корней; все неотрицательные числа.

§ 3. 95. $0 < 8$; $0 > -2$; $-5 < 0$; $8 > 1$; $-2 < 4{,}5$; $-5 < -3$; $-2 > -3$. **96.** $1{,}9 > -3{,}25$; $-0{,}6 < 1{,}02$; $-4{,}9 < -0{,}1$; $-2{,}4 > -5{,}6$; $0{,}75 > -0{,}8$. **97.** а) нет; б) да; в) нет; г) да. **98.** а) $8 < 9$; $-8 > -9$; б) $-1{,}2 > -2{,}1$; $1{,}2 < 2{,}1$; в) $30 > -5$; $-30 < 5$; г) $-0{,}1 < 0$; $0{,}1 > 0$. **99.** а) -4 и -3; б) -6 и -5; в) 0 и 1; г) -1 и 0. **100.** а) $-4{,}03 < -4{,}01$; б) $-8{,}216 > -8{,}222$ или $-8{,}206 > -8{,}222$; в) $-0{,}9951 < -0{,}9851$; г) $-38{,}09 < -37{,}1$ или $-39{,}09 < -37{,}1$. **101.** а) нет такого рисунка; б) рисунки 16 г, д; в) рисунок 16 б.

§ 4. 128. Вечером: а) $+3$ °C + (-2 °C) = $+1$ °C; б) + 3 °C + (-5 °C) = -2 °C; в) $+3$ °C + ($+3$ °C) = $+6$ °C. **129.** а) -25; б) $-6{,}5$; в) $-4{,}03$; г) -1; д) $-8\frac{1}{7}$. **130.** а) -35; б) $-1{,}4$; в) $-4{,}6$; г) 0. **131.** а) 95; -13; 100; 4; б) $-0{,}2$; $-2{,}3$; 0,2; в) $-8{,}3$; $-1{,}9$; $-\frac{1}{6}$. **132.** а) -29; б) 0.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 5. 153. а) $-10; 10; 20; 8; 12$; б) $3{,}5; -7{,}1; 12{,}03; 0$. **154.** а) $\frac{2}{9}; -\frac{2}{9}; -1\frac{7}{9}$; б) $-11\frac{2}{5}; -4\frac{3}{5}; 4\frac{3}{5}$. **155.** а) 4,3; б) $\frac{1}{3}$; в) $-11{,}2$. **156.** а) 3,6; б) 0,375. **157.** а) -4; б) 10; в) -8; г) 100. **158.** $-4{,}3; -0{,}6; 8{,}6; -2{,}1$. **159.** $3\frac{7}{8}$. **160.** $-2{,}04$. **161.** а) отрицательным; б) отрицательным; в) положительным; г) отрицательным.

§ 6. 191. а) $23 + (-32)$; б) $(-0{,}7) + (-10{,}5)$; в) $(-4{,}2) + 7{,}1 + (-6)$; г) $a + (-b) + (-c) + d$. **192.** а) $-1; -8; -7; 20$; б) $-1{,}9; 0{,}7; 8{,}08$. **193.** а) $32 - 8 - 17 = 32 - 17 - 8 = -8 - 17 + 32$; $-5{,}3 + 10{,}9 - 27{,}1 + 0{,}02 = -5{,}3 - 27{,}1 + 10{,}9 + 0{,}02$; $6 - m - k = 6 - k - m = -m - k + 6$; б) $-80 - 8 + 28$; $-66 - 9{,}3 - 2{,}4 + 1{,}7$; $b - a - c - d$. **194.** а) -21; 10; б) 3; -10. **195.** -28. **196.** 0. **197.** 3. **198.** а) 16,5; б) $-0{,}84$; **199.** а) корней нет; б) $-0{,}2$ и 0,2.

§ 7. 237. $4 \cdot (-7) < 0$; $-2{,}5 \cdot 0 = 0$; $-0{,}3 \cdot (-0{,}9) > 0$; $-10{,}6 \cdot 8 < 0$. **238.** $63; -60; -4{,}8; -\frac{3}{8}; \frac{5}{6}$. **239.** $-9 = -3 \cdot 3$; $-2{,}4 = -3 \cdot 0{,}8$; $0{,}15 = -3 \cdot (-0{,}05)$. **240.** а) $-4{,}176; 4\frac{2}{3}; -10$; б) $-19{,}57; 0{,}6; -15$. **241.** а) $kt < 0$; б) $(-k)t > 0$; в) $-k(-t) < 0$; г) $k(-t) > 0$; д) $-(-kt) < 0$; е) $-(-k)(-t) > 0$. **242.** а) -216; б) 48; в) 0,48; г) 88,992. **243.** а) 1,44; б) 81; в) $-3{,}375$; г) 1. **244.** а) 128; б) -398; в) 530; г) -925; д) 150. **245.** а) знак «+»; б) знак «−». **246.** а) $-0{,}07$; б) -148. **247.** а) -4; 347; б) 11; -19.

§ 8. 273. $-20 : 5 < 0$; $-4{,}2 : (-0{,}7) > 0$; $0 : (-12{,}5) = 0$; $0{,}16 : (-10) < 0$. **274.** -5; 8,5; $-0{,}1$. **275.** $-0{,}5$; 0; -1; 1; 0,001. **276.** $-5; -0{,}6; -22$. **277.** $-\frac{4}{9}$; 10,5; $-16{,}7$; $-2\frac{1}{2}$. **278.** а) -9; 5; $-\frac{1}{3}$; 32; б) $-0{,}5$ и 0,5; корней нет; $-2{,}4$ и 2,4; $\frac{4}{15}$. **279.** $-\frac{m}{n} = \frac{-m}{n} = \frac{m}{-n}$ и $\frac{-m}{-n} = \frac{m}{n}$. **280.** Ре-

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

зультат: а) отрицательный; положительный; б) положительный; отрицательный. **281.** –3,3875. **282.** $1\frac{2}{3}$.

§ 9. **299.** а) 71; б) –24; в) –9; г) –2. **300.** –0,136. **301.** а) –18,648; б) 0,35. **302.** а) –1,5; б) $\frac{2}{45}$. **303.** 27,6 км/ч. **304.** $\frac{4}{9}$; $44\frac{4}{9}$ %. **305.** 100 страниц. **306.** 16 мальчиков.

Глава 5

§ 1. **24.** $A(3; 4)$; $B(-5; 4)$; $C(0; 2)$; $D(-1; 3)$; $E(-3; 0)$; $F(5; -2)$; $K(0; -3)$; $T(-4; -4)$. **26.** а) C; K; б) нет; в) A; F; г) B; D; H.

§ 2. **47.** а) 1 °C, 2 °C; б) в 8 ч; в 9 ч; в 14 ч; в) от 0 ч до 5 ч; г) в 11 ч. **48.** а) 150 км, 75 км/ч; б) 1 ч 45 мин; в) 3 ч; г) скороть изменилась. **49.** а) 5 °C; 4 °C; б) от 0 ч до 3 ч; 6 ч; 7 ч; в) от 0 ч до 6 ч; от 6 ч до 10 ч. **51.** а) 15 км/ч; б) 20 км; в) 1 ч и 30 мин; г) 10 км; д) 5 км/ч.

§ 3. **70.** а) 0; 2,4; 4; б) 1,2; 2,8; 5. **72.** $y = 2{,}5x$. **73.** $v = \frac{8}{t}$. **74.** $y = \frac{9}{x}$. **75.** $S = 1{,}5b$.

Глава 6

§ 1. **8.** Пирамида. 4 грани, 6 рёбер, 4 вершины. **9.** в).

§ 2. **39.** а) 6π см; б) 3π см. **40.** 14 м. **41.** 0,314 м; 7,536 м; а) является; б) не является. **42.** 2,4 м. **43.** В 5 раз. **44.** 8 дм; 20 дм. **45.** Увеличится на 1 см.

§ 3. **75.** а) тупоугольный; б) прямоугольный; в) остроугольный. **76.** а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный; г) тупоугольный. **77.** 11/30 м. **78.** 5 см; 15 см; 12 см. **79.** 4 см.

§ 4. **98.** $L(4)$ и $P(-4)$; $N(2{,}5)$ и $R(-2{,}5)$; $K(-7)$ и $Q(7)$.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3

Глава 1. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ 5

§ 1. Десятичная запись дробей. Разряды десятичных дробей 5

§ 2. Сравнение десятичных дробей. Округление десятичных дробей 12

§ 3. Изображение десятичных дробей на координатном луче 18

§ 4. Сложение и вычитание десятичных дробей 24

§ 5. Умножение и деление десятичной дроби на разрядную единицу. Умножение десятичной дроби на разрядные единицы: 10, 100, 1000 и т. д. 31

§ 6. Умножение десятичных дробей 41

§ 7. Деление десятичной дроби на натуральное число 50

§ 8. Деление на десятичную дробь 60

§ 9. Конечные и бесконечные десятичные дроби 68

§ 10. Преобразования числовых выражений с обыкновенными и десятичными дробями 74

§ 11. Тест для самопроверки 83

§ 12. Математика вокруг нас. 85

Глава 2. ПРОЦЕНТЫ И ПРОПОРЦИИ 86

§ 1. Проценты. 86

§ 2. Основные задачи на проценты 91

§ 3. Пропорция и её свойства 105

§ 4. Прямая и обратная пропорциональные зависимости. 115

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

§ 5. Решение задач с помощью пропорций 122
§ 6. Масштаб. 136
§ 7. Круговые диаграммы 141
§ 8. Тест для самопроверки 148
§ 9. Математика вокруг нас. 150

Глава 3. МНОЖЕСТВО 151
§ 1. Множество. Элементы множества. Пустое множество 151
§ 2. Способы задания множеств 155
§ 3. Операции над множествами (пересечение, объединение) 161
§ 4. Круги Эйлера. Решение задач с помощью кругов Эйлера 168
§ 5. Тест для самопроверки 176

Глава 4. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА 178
§ 1. Положительные и отрицательные числа. Координатная прямая. 178
§ 2. Модуль числа. Противоположные числа. Множество целых чисел. Множество рациональных чисел 183
§ 3. Сравнение рациональных чисел 192
§ 4. Сложение рациональных чисел 197
§ 5. Вычитание рациональных чисел 208
§ 6. Законы сложения рациональных чисел 213
§ 7. Умножение рациональных чисел 221
§ 8. Деление рациональных чисел 232
§ 9. Задачи на все действия с рациональными числами 238
§ 10. Тест для самопроверки 244
§ 11. Математика вокруг нас. 246

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

Глава 5. КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ 247
§ 1. Прямоугольная (декартова) система координат на плоскости 247
§ 2. График. Графики реальных процессов 257
§ 3. График прямой пропорциональной зависимости. График обратной пропорциональной зависимости 264
§ 4. Тест для самопроверки 272
§ 5. Математика вокруг нас 273

Глава 6. НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ 274
§ 1. Наглядные представления тел в пространстве, примеры развёрток тел 274
§ 2. Окружность. Круг. Формулы длины окружности и площади круга 278
§ 3. Виды треугольников 284
§ 4. Симметрия относительно точки 293
§ 5. Фигуры, симметричные относительно прямой 297

Ответы к домашним заданиям 302

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

(Название учреждения образования)

Учебный год	Имя и фамилия учащегося	Состояние учебного пособия при получении	Оценка учащемуся за пользование учебным пособием
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Учебное издание

Герасимов Валерий Дмитриевич
Пирютко Ольга Николаевна

МАТЕМАТИКА

Учебное пособие для 6 класса учреждений
общего среднего образования с русским языком обучения

2-е издание, исправленное и дополненное

Редактор *О. Л. Круковская*
Художник обложки *Е. Ю. Сорока*
Художники *Е. Ю. Сорока, К. К. Шестовский, В. Ю. Лагун*
Компьютерная вёрстка *В. Ю. Лагун*
Корректор *О. Л. Круковская*

Подписано в печать 26.01.2022. Формат $60 \times 90\ ^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 19,5. Уч.-изд. л. 10,7.
Тираж 121 000 экз. Заказ

Республиканское унитарное предприятие
«Издательство “Адукацыя і выхаванне”».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/19 от 14.11.2014. Ул. Будённого, 21, 220070, г. Минск.

Открытое акционерное общество «Полиграфкомбинат им. Я. Коласа».
Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 2/3 от 04.10.2013. Ул. Корженевского, 20, 220024, г. Минск.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне